

мется этот груз над столом, если при ударе груза массой $3m$ о стол выделяется количество теплоты Q ? Удар абсолютно неупругий. Массой блока и силами трения в блоке пренебречь.

6. В горизонтальном закрепленном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем массой $M = 1$ кг, находится идеальный одноатомный газ. Газ нагревают. При этом поршень, двигаясь равноускоренно, приобретает скорость $v = 4$ м/с. Найдите количество теплоты, сообщенное газу. Теплоемкостью сосуда и поршня, а также внешним давлением и трением пренебречь.

7. Горизонтальный контур образован двумя замкнутыми на катушку индуктивностью L параллельными проводами, находящимися на расстоянии h друг от друга (рис.6). По проводам без трения может скользить перемычка массой m . Контур помещен в вертикальное однородное магнитное поле с индукцией B . В начальный момент времени неподвижной перемычке сообщают скорость v_0 . Определите расстояние, которое пройдет перемычка до первой остановки, если сопротивлением всех элементов можно пренебречь.

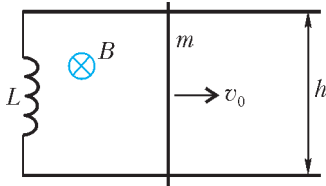


Рис. 6

общают скорость v_0 . Определите расстояние, которое пройдет перемычка до первой остановки, если сопротивлением всех элементов можно пренебречь.

Публикацию подготовили Л.Паршев, Ю.Струков

Московский инженерно-физический институт

(олимпиада Федерального агентства по атомной энергии РФ)

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. Куплены апельсины на сумму 300 рублей и яблоки на сумму 400 рублей. Яблок куплено на 2 кг меньше, чем апельсинов, и по цене (за 1 кг) на 20 рублей больше. Сколько куплено яблок?

2. Решите уравнение

$$\sqrt{1 + 11 \cos x} = 2 \sin x.$$

3. Решите неравенство

$$\sqrt{16^x - 2} \cdot \frac{25^x - 5 \cdot 15^x + 6 \cdot 9^x}{2x - 1} \geq 0.$$

4. а) На плоскости xOy укажите геометрическое место точек, удовлетворяющих неравенству $|x - \pi| + |y - 2\pi| \leq \pi$. Чему равно наименьшее значение суммы $x + y$?

б) При каждом значении $a \in \mathbf{R}$ решите систему неравенств

$$\begin{cases} |x - \pi| + |a - 2\pi| \leq \pi, \\ \cos^2 x + \sin^2 \frac{a}{2} < 1. \end{cases}$$

5. Точки K и L лежат, соответственно, на смежных ребрах B_1C_1 и C_1D_1 верхнего основания $A_1B_1C_1D_1$ прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1B_1C_1D_1$ ($AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$), а точки M и N лежат, соответственно, на смежных ребрах AD и AB нижнего основания $ABCD$. Известно, что $AB = AD$, $CC_1 = 4\sqrt{2}$. Отрезки KL и MN параллельны диагонали основания $BD = 14$. Расстояние от MN до точки A равно 6, а расстояние от KL до точки C_1 равно a . Точка $P \in CC_1$, $C_1P = 3$. Найдите:

а) площадь полной поверхности пирамиды C_1KLP в случае $a = 4$;

б) площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через прямые KL и MN , в случае $a = 4$;

в) тангенс угла наклона плоскости сечения к плоскости основания при условии, что площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через прямые KL и MN , максимальна.

Вариант 2

1. Сумма цифр натурального трехзначного числа равна 18, а цифра сотен этого числа на единицу меньше цифры десятков. Если в этом числе поменять местами цифры сотен и единиц, то разность между полученным и исходным числом будет равна 495. Найдите исходное число.

2. Решите уравнение

$$\sqrt{2 - x} = -x - 3.$$

3. Решите неравенство

$$\frac{\log_3^2 x - (\log_3 10) \cdot \log_3 x + (\log_3 2) \cdot \log_3 5}{x - 7} \leq 0.$$

4. Найдите производную и критические точки функции

$$f(x) = -\frac{5}{2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x} \quad (x \in \mathbf{R}).$$

При каждом значении $a \in \mathbf{R}$ найдите x , при котором функция $f(x)$ достигает наибольшего значения на отрезке $\left[a; a + \frac{3\pi}{8} \right]$, если известно, что $f(x)$ определена во всех его точках.

5. В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит правильный треугольник ABC со стороной $6\sqrt{6}$, проекция вершины S на плоскость основания пирамиды есть середина ребра AB , а $SA = 3\sqrt{22}$. На ребре BC взята точка E так, что $CE : EB = 5 : 1$. Через точку E параллельно ребру AB проводится сечение пирамиды. а) Найдите объем пирамиды. б) Какие фигуры получаются в указанном сечении? в) Найдите минимально возможную площадь сечения.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. Одну пятую часть пути автомобиль ехал со скоростью $v_1 = 40$ км/ч, а оставшийся путь — со скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути.

2. Баллон, содержащий некоторое количество кислорода, разрывается при испытаниях при температуре $t_1 = 727$ °С. Такой же баллон, содержащий смесь вдвое меньшего количества кислорода и вчетверо меньшего (по массе) количества неизвестного газа, разрывается при температуре $t_2 = 127$ °С. Найдите молярную массу неизвестного газа. Молярная масса кислорода $M_{O_2} = 32$ г/моль.

3. Три воздушных конденсатора с емкостями C , $2C$ и $3C$ соединили последовательно и подключили к источнику напряжения U . Затем источник отключили, а конденсаторы с емкостями $2C$ и $3C$ опустили в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ϵ . Найдите напряжение на батарее конденсаторов после этого.

4. На передний край тележки массой M , движущейся со скоростью v_0 по гладкой горизонтальной поверхности, кладут брусок массой m . Начальная скорость бруска относительно земли равна нулю. Какой должна быть длина тележки, чтобы брусок в дальнейшем не упал с нее? Коэффициент трения между бруском и тележкой равен μ .

5. Равномерно заряженная положительным зарядом q тонкая палочка движется так, что ее нижний конец скользит по горизонтальной опоре с постоянной скоростью v , а верхний конец скользит по вертикальной стенке (рис.1). Палочка находится в однородном магнитном поле с индукцией, равной B и направленной горизонтально параллельно границе между стенкой и опорой. С какой силой поле действует на палочку в тот момент, когда угол между ней и опорой равен α ?

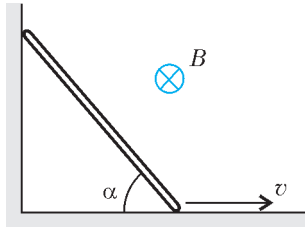


Рис. 1

Вариант 2

1. Предмет AB длиной l расположен перпендикулярно главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F . Расстояние от предмета до линзы d больше фокусного расстояния линзы. Постройте изображение предмета в линзе. Найдите размер изображения.

2. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло расстояние s за время τ . Какую скорость имело тело в тот момент времени, когда оно прошло расстояние s/n ?

3. Одноатомный идеальный газ в количестве ν молей, имеющий абсолютную температуру T , сначала охлаждается изохорически так, что давление газа уменьшается в 2 раза. Затем газ нагревается изобарически до температуры, в 3 раза превосходящей первоначальную. Определите количество теплоты, полученное газом во всем процессе.

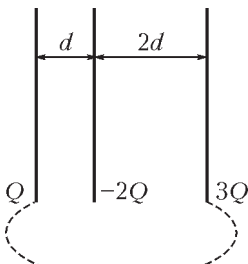


Рис. 2

4. Три параллельно расположенные пластины заряжены зарядами Q , $-2Q$ и $3Q$, расстояния между пластинами равны d и $2d$ (рис.2). Крайние пластины соединяют проводником. Какой заряд протечет по проводнику в процессе установления равновесия? Размеры пластин много больше расстояний между ними.

5. К горизонтально расположенной пружине жесткостью k привязано тело массой m , находящееся на шероховатой горизонтальной поверхности (рис.3). Коэффициент трения между телом и поверхностью μ . В начальный момент времени тело находится в положении, в котором пружина не деформирована. Затем телу толчком сообщают скорость $v_0 = 11\mu g\sqrt{m/k}$, где g – ускорение свободного падения. Через какое время после начала движения тело окончательно остановится?

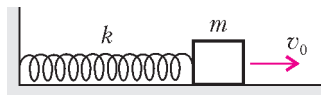


Рис. 3

Публикацию подготовили С.Муравьев, О.Нагорнов

Новосибирский государственный университет

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Физический факультет

Каждый вариант состоял из задач трех типов. Первые три задачи – расчетные, различной степени трудности: от почти стандартных до сравнительно сложных, требующих смекалки, глубоких знаний, умения ориентироваться в непривычной или усложненной ситуации.

Четвертая задача – задача-оценка. Для ее решения необходимо разобраться в рассматриваемом физическом явлении, сформулировать простую (так как нужна только оценка) физическую модель этого явления, выбрать разумные числовые значения физических величин и, наконец, получить численный результат, более или менее соответствующий реальности. В тексте задачи подчеркивается, что абитуриент может сам выбрать необходимые для решения задачи величины и их числовые значения.

Пятая задача – задача-демонстрация, при решении которой необходимо объяснить физическое явление, демонстрируемое в аудитории. Среди различных факторов, влияющих на процесс, необходимо выделить главный.

Вариант 1

1. Тело массой m тянут за нить так, что оно летит по горизонтали с ускорением a (рис.1). Найдите силу натяжения нити. Ускорение свободного падения равно g .

2. Вертикальный цилиндр разделен поршнем массой m . Над поршнем вакуум, а ниже поршня газобразный гелий. К газу подводится тепловая мощность N , при этом поршень поднимается с постоянной скоростью. Найдите эту скорость. Трения нет, ускорение свободного падения равно g .

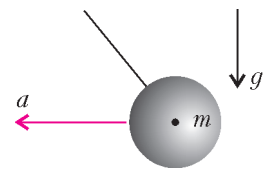


Рис. 1

3. Пластины плоского конденсатора, площадью S каждая, соединены проводником (рис.2). Зазор между ними H значительно меньше размеров пластин. Внутри находится второй конденсатор с пластинами той же площади, на которых имеются заряды Q и $-Q$. Определите, какую работу следует совершить, чтобы вытащить внутренний конденсатор, не меняя зазор h между его пластинами.

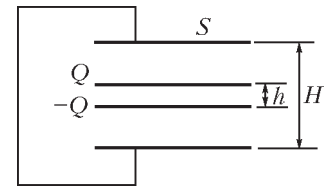


Рис. 2

4. Оцените максимальную скорость движения тени высотного здания в полдень.

5. Из провода свернуты две катушки, лежащие одна на другой. По одному выводу от обеих катушек соединили вместе, а к двум другим подключили гальванометр. Над катушками двигают плоский магнит. Затем верхнюю катушку переворачивают, и вновь двигают над катушками магнит. Показания гальванометра в этих двух случаях различаются. Объясните демонстрируемое явление.

Вариант 2

1. Пробирка массой m и сечением S плавает вертикально в воде так, что верхний конец пробирки выше уровня воды на h_0 . Когда пробирку опустили в неизвестную жидкость, она плавает так, что ее верхний конец выше уровня жидкости на h . Какова плотность жидкости ρ , если плотность воды ρ_0 ?

2. В проводящей рамке с переключкой включены резисторы с указанными на рисунке 3 сопротивлениями, сопротивления проводов и переключки пренебрежимо малы. Рамка вращается с угловой скоростью ω вок-

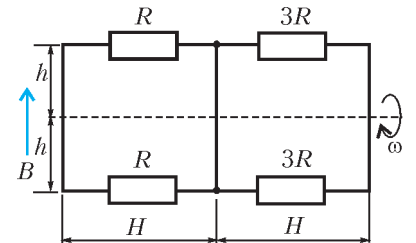


Рис. 3