

8. Катушка индуктивностью L присоединена к плоскому конденсатору с площадью обкладок S и расстоянием между ними d . Чему равна диэлектрическая проницаемость ϵ среды, заполняющей пространство между обкладками, если амплитуда силы тока в контуре I_m , а амплитуда напряжения на конденсаторе U_m ? Электрическая постоянная ϵ_0 . Активным сопротивлением контура пренебречь.

9. Предмет находится на расстоянии $d = 20$ см от тонкой линзы, при этом размер действительного изображения в $\Gamma = 3$ раза превосходит размер предмета. Постройте ход лучей, формирующих изображение, и определите фокусное расстояние F линзы.

Публикацию подготовили А.Берестов, И.Горбатый, В.Гундырев, С.Куклин, И.Федоренко

Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Первый автомобиль проходит в минуту на 300 м больше, чем второй, поэтому время прохождения одного километра у него на 10 секунд меньше. На сколько метров увеличивается отставание второго автомобиля от первого за время, пока первый проходит 1 км?

2. Решите уравнение $\cos 2x = 3 + 5 \sin x$. Укажите его корни, лежащие в промежутке $[-3\pi/2; \pi/2]$.

3. Решите уравнение

$$\left(2 + \log_2 \left(\frac{5}{4} - x\right)\right) \log_x \frac{1}{2} = 1.$$

4. Решите неравенство $\frac{x\sqrt{x}-1}{x-1} > \sqrt{x} + \frac{3}{8}$.

5. Какую наибольшую площадь может иметь треугольник, ограниченный осью Ox , прямой $x = 3/2$ и касательной к графику функции $y = 2x^2$ в точке с абсциссой x_0 , если $0 < x_0 < 3$?

6. Укажите все значения a , при которых уравнение

$$\sqrt{8(|x| - x)} = 4 + a(x - 8)$$

имеет единственный корень. Найдите этот корень при каждом a .

7. Основанием пирамиды $TABC$ служит треугольник ABC , все стороны которого равны 4, а высота пирамиды совпадает с боковым ребром TA . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины стороны основания AC и бокового ребра TB и параллельной медиане BD боковой грани BTC , если расстояние от вершины пирамиды T до секущей плоскости равно $1/2$.

Вариант 2

1. Один рабочий взялся выполнить заказ за 15 дней при условии, что в течение 4 дней ему будет помогать второй рабочий. Если бы этот заказ был поручен каждому рабочему отдельно, то для его выполнения первому потребовалось бы на 6 дней меньше, чем второму. За сколько дней каждый из них может выполнить заказ?

2. Найдите все корни уравнения

$$\cos 3x + \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0,$$

принадлежащие промежутку $[\pi/2; \pi]$.

3. Решите уравнение $2^{1+\sqrt{x}} + 2^{2-\sqrt{x}} = 9$.

4. Решите неравенство $\log_2 \frac{x^2 - 2x}{x - 3} < 3$.

5. Какая наибольшая площадь может быть у равнобедренного треугольника, основание которого параллельно оси x , а координаты вершин удовлетворяют уравнению $|y| = 9 - (x - 2)^2$?

6. Определите все значения a , при которых уравнение $4x^2 - 8|x| + (2a + |x| + x)^2 = 4$ имеет ровно два различных корня. Укажите эти корни при каждом из найденных значений a .

7. Основанием пирамиды $TABC$ служит треугольник ABC , все стороны которого равны 4, а высота пирамиды, равная 3, совпадает с боковым ребром TA . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середину стороны основания AB и центр сферы, описанной около пирамиды, и параллельной медиане AD боковой грани TAB .

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Напишите формулировку закона Ома для замкнутой электрической цепи. Напишите формулу закона Ома для электрической цепи, изображенной на рисунке 1. Укажите единицы измерения входящих в нее физических величин.

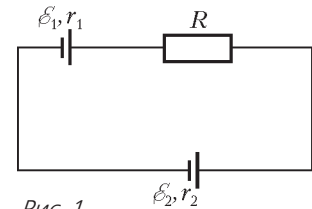


Рис. 1

2. Какую работу A нужно совершить над одним моле идеального газа для его изобарного сжатия, при котором концентрация молекул в конечном состоянии в $\alpha = 3$ раз больше, чем в начальном? Первоначальная температура газа $T_1 = 400$ К.

3. Протон и электрон, двигаясь с одинаковыми скоростями, попадают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона R_1 больше радиуса кривизны траектории электрона R_2 ?

4. Найдите наибольший порядок спектра для желтой линии натрия с длиной волны 589 нм, если период дифракционной решетки 2 мкм.

5. Однородный стержень опирается о вертикальную плоскость, образуя с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 60^\circ$ (рис. 2). Коэффициент трения между стержнем и горизонтальной плоскостью $\mu_1 = 0,25$. Чему равна минимальная величина коэффициента трения μ_2 между стержнем и вертикальной плоскостью, при которой стержень будет находиться в равновесии?

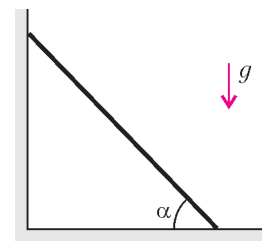


Рис. 2

6. Две бусинки, имеющие заряды $+q$ и $+3q$, удерживаются на длинном горизонтальном изолирующем стержне на расстоянии L_0 друг от друга (рис. 3). Бусинку, имеющую заряд $+3q$ и массу m , отпускают, и она начинает скользить по стержню. Коэффициент трения скольжения равен μ . Найдите максимальное расстояние L между бусинками.

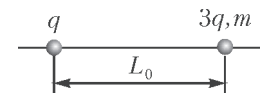


Рис. 3

7. К оси колеса, масса m которого равномерно распределена по ободу, присоединена пружина жесткостью k (рис. 4). Второй конец пружины

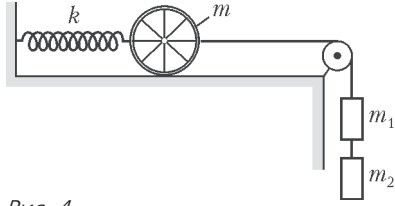


Рис. 4

прикреплен к стене. С помощью нити, перекинутой через блок, к оси колеса подвешены два груза с массами $m_1 = m$ и $m_2 = 3m$. Система пришла в движение с нулевой начальной скоростью при недеформированной пружине. Считая, что колесо катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания, определите максимальную силу натяжения нити, соединяющей грузы, при их дальнейшем движении. Массами пружины, нити и блока пренебречь.

Вариант 2

1. Напишите формулировку закона Ома для однородного участка электрической цепи. Напишите формулу закона Ома для участка цепи, изображенного на рисунке 5. Укажите единицы измерения входящих в нее физических величин.

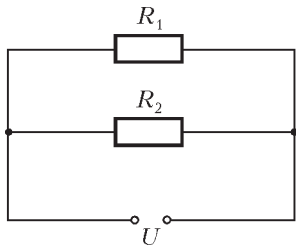


Рис. 5

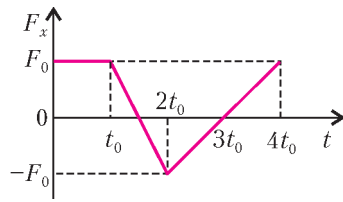


Рис. 6

2. На неподвижное тело массой m , находящееся на горизонтальной абсолютно гладкой плоскости, в момент времени $t = 0$ начинает действовать сила, направленная вдоль горизонтальной оси X . На рисунке 6 представлен график зависимости проекции F_x этой силы от времени t . Определите модуль импульса тела в момент времени $t = 4t_0$.

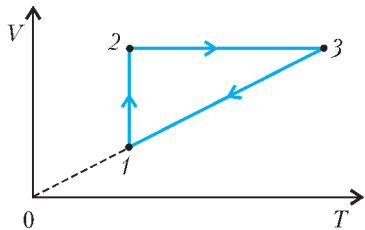


Рис. 7

3. Изменения состояния идеального газа при некотором круговом процессе 1-2-3-1 показаны на графике зависимости объема газа от абсолютной температуры (рис.7). Изобразите этот цикл на графике зависимости давления газа от объема. Укажите, на каких участках графика газ получает тепло извне.

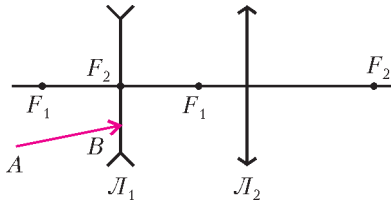


Рис. 8

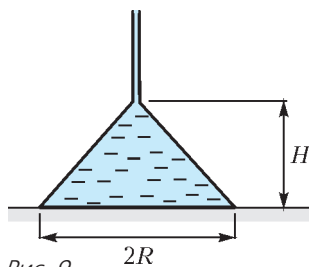


Рис. 9

4. Оптическая система состоит из рассеивающей линзы L_1 и собирающей линзы L_2 с общей главной оптической осью (рис.8). Главные фокусы рассеивающей линзы обозначены F_1 , а собирающей – F_2 . Постройте дальнейший ход луча AB через оптическую систему.

5. Тонкостенная коническая воронка плотно стоит на горизонтальном столе (рис.9). Через отверстие в тонкой трубке в воронку наливают

жидкость плотностью ρ . Когда жидкость заполняет всю коническую полость воронки, она приподнимает воронку и начинает вытекать из-под нее. Определите массу воронки, если радиус ее основания R , а высота конической части H .

6. Определите максимальную амплитуду гармонических колебаний системы, состоящей из двух брусков и двух невесомых пружин (рис.10), при которой бруски будут совершать колебания по горизонтальной плоскости без проскальзывания относительно друг друга. Жесткости пружин k и $2k$, масса нижнего бруска m , верхнего $2m$, коэффициент трения между брусками μ . В положении равновесия пружины не деформированы. Трение между нижним бруском и плоскостью отсутствует.

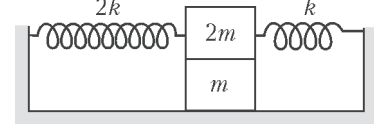


Рис. 10

7. По металлической ленте, толщина которой h , течет ток I (рис.11). Лента помещена в однородное магнитное поле, индукция которого равна B и направлена перпендикулярно поверхности ленты. Определите разность потенциалов между точками A и C ленты, если концентрация свободных электронов в металле равна n .

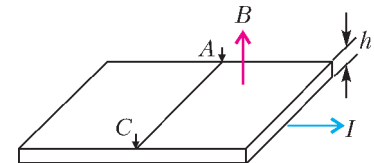


Рис. 11

Публикацию подготовили Л.Паршев, Ю.Струков

Московский инженерно-физический институт

(олимпиада Федерального агентства по атомной энергии РФ)

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

- 1. Постройте график функции $y = \frac{3x - 2}{2x + 1}$.
- 2. Найдите производную функции

$$f(x) = 3x^3 - 6x^4 - \lg(2x) + \sqrt{9 - x^2}.$$

- 3. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = \cos^2 x + \sin x$ на отрезке $[-\pi; \frac{2\pi}{3}]$.

4. При всех значениях параметра $a < 0$ вычислите площадь фигуры, ограниченной кривыми, задаваемыми уравнениями: снизу $y = a\sqrt{x}$, справа $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ и сверху $y = 0$.

5. Напишите уравнение касательной, проведенной из точки $B(3; 1)$, к графику функции $y = -2/x$.

6. Окружность с центром в точке O , вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB , BC и CA в точках K , L и M соответственно; $\angle KOL = 5\pi/6$, $\sin \angle MOL = 3/5$. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 6. Найдите стороны и углы треугольника ABC .

Вариант 2

- 1. Постройте график функции $y = \log_3(6 + 3x)$.
- 2. Найдите производную функции

$$f(x) = -3x^3 - 6x^5 - 4d + \log_3(dx)$$

при всех значениях параметра d .