полагается одинаковым для жидкой и твердой фаз альбумена).

Молния. Предлагается рассмотреть простейшую модель молнии. Молния возникает за счет накопления электрических зарядов в облаках. При этом нижняя часть облака обычно заряжается положительно, а верхняя часть – отрицательно. Земля под облаком также заряжается отрицательно. Когда возникающее электрическое поле превышает значение, при котором происходит пробой воздуха, возникает электрический разряд, который и представляет собой молнию.

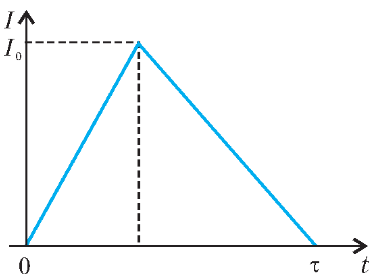

Рис. 3

Ответьте на следующие вопросы, используя данную упрощенную зависимость силы тока I от времени t (рис.3; здесь $I_0 = 100$ кА, $\tau = 0{,}1$ мс). Расстояние между нижней частью облака и земной поверхностью $h = 1$ км; напряженность электрического поля, приводящая к пробою влажного воздуха, $E_0 = 300\ \text{кВ}\cdot\text{м}^{-1}$; полное число молний на Земле за год $32\cdot 10^6$; население Земли $6{,}5\cdot 10^9$ человек.

9) Какова величина полного заряда Q, протекающего при разряде молнии? (0,5 б.)

10) Какова средняя сила тока I, протекающего между нижней частью облака и земной поверхностью во время молнии? (0,5 б.)

11) Вообразим, что энергию всех молний, происходящих в год, можно накопить и равномерно распределить между всеми людьми, населяющими Землю. Сколько времени будет гореть лампочка мощностью 100 Вт, которую Вы включили, используя Вашу долю энергии? (1 б.)

Капиллярные сосуды. Будем считать кровь несжимаемой вязкой жидкостью с плотностью ρ, близкой к плотности воды, и динамической вязкостью $\eta = 4{,}5\ \text{г}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}$. Смоделируем кровеносные сосуды прямыми цилиндрическими трубками радиусом r и длиной L. Течение крови по сосудам описывается законом Пуазейля $\Delta p = RD$ – гидродинамическим аналогом закона Ома в электричестве. Здесь Δp – разность давлений на входе и на выходе кровеносного сосуда, $D = Sv$ – объем крови, протекающей за одну секунду через поперечное сечение кровеносного сосуда площадью S при скорости потока крови v, R – гидравлическое сопротивление, которое определяется формулой $R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}$. Во время соматической фазы циркуляции крови (от левого желудочка к правому предсердию) величина кровяного потока для спокойного состояния организма составляет $D \approx 100\ \text{см}^3\cdot\text{с}^{-1}$.

Ответьте на следующие вопросы, предполагая, что все капиллярные сосуды соединены параллельно, каждый из них имеет радиус $r = 4$ мкм и длину $L = 1$ мм, а приложенная разность давлений составляет $\Delta p = 1$ кПа.

12) Оцените количество капиллярных сосудов в теле человека. (1 б.)

13) С какой скоростью v кровь протекает через капилляры? (0,5 б.)

Небоскреб. У основания небоскреба высотой 1 км температура уличного воздуха равна $T_{\text{н}} = 30\ ^\circ\text{C}$. Задача состоит в оценке температуры воздуха $T_{\text{в}}$ у шпиля небоскреба. Рассмотрите тонкий слой воздуха (идеальный газ азот с показателем адиабаты $\gamma = 7/5$), который медленно поднимается до высоты z, где давление меньше, чем внизу. Предположите, что слой при подъеме расширяется адиабатически так, что его температура падает до температуры окружающего воздуха.

14) Как относительное изменение температуры dT/T зависит от относительного изменения давления dp/p? (0,5 б.)

15) Выразите изменение давления dp через изменение высоты dz. (0,5 б.)

16) Какова температура у шпиля небоскреба? (1 б.)

Данные: постоянная Больцмана $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж·К$^{-1}$; масса молекулы азота $m = 4{,}65\cdot 10^{-26}$ кг; ускорение свободного падения $g = 9{,}80\ \text{м}\cdot\text{с}^{-2}$.

Публикацию подготовили С.Козел, В.Слободянин

Московская городская олимпиада студентов по физике

II тур Всероссийской физической олимпиады среди студентов технических вузов прошел 21 мая 2006 года в Московском государственной техническом университете (МГТУ) им. Н.Э.Баумана.

По результатам соревнований первые пять команд приглашены для участия в III туре олимпиады. Это команда Московского института стали и сплавов (МИСиС), набравшая 80 баллов; команда МГТУ им. Н.Э.Баумана, набравшая 72 балла; команда Московского института электронной техники – 62 балла; команда Московского авиационного института – 51 балл; команда Российского университета нефти и газа им. И.М.Губкина – 50 баллов.

Победители в личном зачете: И.Ковтунов (МИСиС) – первое место; А.Бурцев (МГТУ им. Н.Э.Баумана) – второе место; А.Шатанов (МИСиС) – третье место.

ЗАДАЧИ ОЛИМПИАДЫ

1. Автомобиль движется змейкой вдоль оси x, при этом период змейки равен L, а амплитуда колебаний равна A. Определите максимальную среднюю скорость вдоль оси x, которую может достичь автомобиль, если коэффициент трения между дорогой и колесами автомобиля μ.

2. Цилиндрическое тело радиусом R и массой m стоит на гладкой горизонтальной поверхности, касаясь гладкой стенки таким образом, что ось цилиндра горизонтальна и параллельна стенке. В начальный момент времени центр тяжести тела, смещенный от оси цилиндра на расстояние $R/2$, находится в верхнем положении. Определите собственный момент инерции тела, если известно, что после потери равновесия и последующего абсолютно упругого удара о стенку тело начало двигаться строго поступательно.

3. Вокруг Земли по стационарной круговой орбите радиусом R движется космический корабль со скоростью v. Определите минимальную характеристическую скорость, необходимую для изменения плоскости орбиты на 90°. Характеристическая скорость – это скорость, которую приобретет корабль в свободном пространстве, затратив такое же количество топлива.

4. Цилиндр радиусом R скатывается по наклонному уголку, касаясь цилиндрической поверхностью одной полки уголка и скользя всей торцевой поверхностью по другой полке. Определите ускорение цилиндра, если угол между горизонтальной плоскостью и образующей уголка равен 30°, а углы между горизонтальной плоскостью и полками уголка одинаковы. Коэффициент трения между торцевой поверхностью и уголком равен μ, а проскальзывание между цилиндрической поверхностью и уголком отсутствует.

5. Термодинамический цикл состоит из двух изобар и двух изохор. В качестве рабочего тела используются насыщенный водяной пар и вода, объемом которой можно пренебречь. Максимальная и минимальная температуры равны T_2 и T_1, а давление в цикле изменяется в пять раз. Определите КПД цикла, если удельная теплоемкость воды c, удельная теплота парообразования r, вода за цикл полностью испаряется, а насыщенный пар затем полностью конденсируется.

6. Точечный заряд q перенесли из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии l от металлического незаряженного шара радиусом R. После того как распределение зарядов на поверхности шара «заморозили», заряд q удалили на бесконечность. Определите энергию системы зарядов на поверхности шара.

7. Магнитный дипольный момент p_m ориентирован по оси длинного соленоида длиной L с числом витков N. Магнитный диполь начинает вращаться относительно оси, перпендикулярной оси соленоида, с угловой скоростью ω. Определите максимальное значение ЭДС индукции, наводимой в соленоиде.

8. Какое количество электрических цепей, имеющих различное эквивалентное сопротивление, можно собрать, имея в своем распоряжении три резистора с сопротивлениями $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом?

9. Плоская световая волна с интенсивностью I_0 падает на круглое отверстие, в котором помещается 5 зон Френеля для точки наблюдения, отстоящей от отверстия на L. Какова интенсивность в точке наблюдения, если отверстие закрыто зонной пластинкой, в которой зачернены нечетные зоны, полученные для точки наблюдения, удаленной от отверстия на $1,5L$?

Публикацию подготовили М.Яковлев, В.Голубев

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

КМШ

Задачи

(см. «Квант» №1)

1. Обозначим через O точку на капитанском мостике, а через $K_1, K_2, \ldots, K_n$ – корабли противника. Вы находитесь в окружении тогда и только тогда, когда сумма углов $\angle K_1OK_2 + \angle K_2OK_3 + \ldots + K_{n-1}OK_n$ больше $180°$.

2. Не существуют. Обозначим $k = ad = bc$. Из условия задачи следует, что $abc + b = abd + a$, или $k(a-b) = a-b$. Так как $a \neq b$, то $k = 1$. Но этого не может быть, поскольку целые числа a, b, c, d – попарно неравные.

3. Всегда можно убрать три гирьки так, чтобы равновесие не нарушилось. Укажем, как это сделать.

Если на одной чашке с гирькой массой 1 г окажется гирька с некоторой массой k граммов, а на другой чашке – гирька с массой $k + 1$ граммов, то уберем именно эти три гирьки.

Если предыдущая ситуация не имеет места, то на чашке весов вместе с гирькой 1 г отметим наименьшую гирьку массой k граммов. Заметим, что $k \neq n$, иначе при данных задачи остальные гирьки перевесят эти две гирьки (1 г и n г). Значит, кроме гирьки k граммов на этой же чашке весов имеется гирька $k+1$ граммов, здесь же находятся и все более тяжелые гирьки с массой вплоть до n граммов (иначе возникнет первая рассмотренная выше ситуация). Соответственно, на другой чашке весов окажутся все гирьки с промежуточной массой между 1 г и k г (исключая 1 и k). Заметим, что $k > 3$, иначе совокупная масса гирек на чашке с гирькой 1 г окажется больше массы гирек на другой чашке. Выберем на этой другой чашке две гирьки с массой 2, и $k - 1$ граммов, а на первой чашке – третью гирьку массой $k + 1$ граммов.

4. Да, верно. Обозначим углы остроугольного треугольника $\alpha \geq \beta \geq \gamma$. Если этот треугольник не является почти прямоугольным, то $\alpha < 75°$. Если он к тому же не является почти равнобедренным, то $\beta < 60°$, $\gamma < 45°$. Но тогда $\alpha + \beta + \gamma < 180°$, чего не может быть.

5. Пусть у команды «Рубильник» было m удачных реализаций. Так как удачные реализации у нее имели место в половине случаев, то неудачных реализаций было столько же, т.е. m. Всего же команда «Рубильник» заработала за игру $5m + 7m = 12m$ очков.

Пусть у команды «Дробильник» было n удачных реализаций. Так как они составили лишь четвертую часть всех случаев, то неудачных реализаций было втрое больше, т.е. $3n$. Всего же команда «Дробильник» заработала $5 \cdot 3n + 7n = 22n$ очков.

Так как в сумме команды набрали 100 очков, то можно составить уравнение

$$12m + 22n = 100,$$

или, поделив обе части на 2:

$$6m + 11n = 50.$$

Осталось решить это уравнение в натуральных числах. Сразу видно, что $n \leq 4$ (иначе левая часть превысит правую). Кроме того, n – четное число (иначе левая часть была бы нечетной и не могла бы равняться 50). Поэтому есть лишь две возможности: $n = 2$ или $n = 4$. В первом случае получаем $6m + 22 = 50$, и $6m = 28$, что невозможно (ибо левая часть делится на 6, а правая – нет). Во втором случае получаем $6m + 44 = 50$, и $6m = 6$, откуда $m = 1$.

Итак, команда «Рубильник» заработала $12m = 12 \cdot 1 = 12$ очков, а команда «Дробильник» набрала $22n = 22 \cdot 4 = 88$ очков. Победа «Дробильника» более чем убедительная!

Конкурс «Математика 6—8»

(см. «Квант» №5 за 2006 г.)

6. Верно. В ряду 1, 2, ..., 100 числа, соответствующие гирькам на левой чашке весов, напишем красными чернилами, а соответствующие гирькам на правой чашке весов – синими чернилами. Без ограничения общности предположим, что единица написана красными чернилами. Двигаясь слева направо в