

Центрированные оптические системы

В.МОЖАЕВ

В ЭТОЙ СТАТЬЕ БУДУТ РАССМОТРЕНЫ ПРЕЛОМЛЯЮЩИЕ системы, которые состоят из плоских или сферических поверхностей раздела сред с разными показателями преломления. Система сферических поверхностей является центрированной, если центры всех преломляющих поверхностей лежат на одной прямой, которая называется главной оптической осью системы. Большинство реальных преломляющих систем содержат, по крайней мере, две преломляющие поверхности. Обычная тонкая линза – типичный пример оптической системы, но это частный случай. Мы привыкли рассматривать линзу не как оптическую систему, а как самостоятельный преломляющий элемент. Ниже будут рассмотрены примеры оптических систем, состоящих из набора преломляющих и отражающих элементов (тонкие линзы, плоские зеркала).

Перейдем к разбору конкретных задач.

Задача 1. Простейшая оптическая система состоит из тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F и плоского зеркала, расположенного за линзой перпендикулярно ее главной оптической оси (рис.1). Найдите такое расстояние от линзы до зеркала, при котором увеличение системы не зависит от положения предмета перед линзой. Чему равно это увеличение?

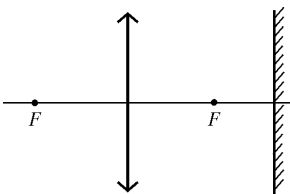


Рис. 1

Изображение предмета получается после прохождения лучей линзы, зеркала и снова линзы.

Обозначим произвольное расстояние от предмета AB до линзы через d , а расстояние от линзы до зеркала – через L (рис.2). Первое промежуточное изображение $A'B'$ будет находиться на расстоянии f от линзы. Величину f можно найти по формуле линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \text{ откуда } f = \frac{dF}{d - F}.$$

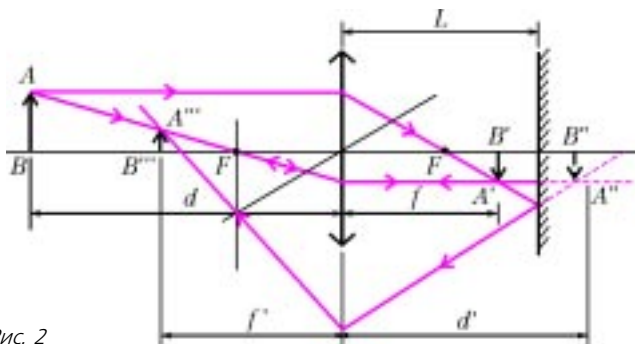


Рис. 2

Увеличение линзы равно

$$\Gamma_1 = \frac{f}{d} = \frac{F}{d - F}.$$

После отражения от плоского зеркала изображение $A''B''$ будет находиться на расстоянии $2L - f$ от линзы. Обозначим это расстояние через d' :

$$d' = 2L - f = \frac{d(2L - F) - 2LF}{d - F}.$$

Увеличение в данном случае равно

$$\Gamma_2 = 1.$$

Рассмотрим теперь второй проход лучей через линзу. Расстояние от предмета $A''B''$ до линзы равно d' , а расстояние от изображения $A'''B'''$ обозначим через f' . По формуле линзы найдем f' :

$$\frac{1}{d'} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{F}, \text{ откуда } f' = \frac{d'F}{d' - F} = \frac{(d(2L - F) - 2LF)F}{2d(L - F) + F(F - 2L)}.$$

Увеличение линзы для этого случая равно

$$\Gamma_3 = \frac{f'}{d'} = \frac{(d - F)F}{2d(L - F) + F(F - 2L)}.$$

Общее увеличение нашей системы составляет

$$\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 \cdot \Gamma_3 = \frac{F^2}{2d(L - F) + F(F - 2L)}.$$

Если мы хотим, чтобы увеличение не зависело от расстояния d , должно выполняться условие

$$L - F = 0.$$

Отсюда следует, что увеличение будет постоянным при

$$L = F.$$

А само увеличение в таком случае будет равно

$$\Gamma = -1.$$

Знак «минус» означает, что изображение будет перевернутым. (Сделайте соответствующий рисунок и убедитесь в этом.)

Задача 2. Оптическая система состоит из тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F и уголкового отражателя (два плоских зеркала, образующих прямой двугранный угол) (рис.3). Отражатель расположен симметрично относительно главной оптической оси линзы на

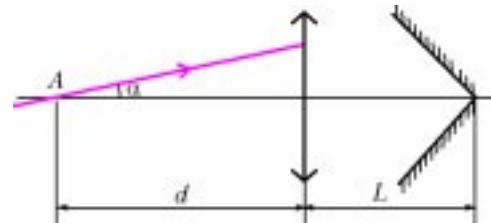


Рис. 3

расстоянии $L = 2F$ от нее. На вход данной системы падает узкий пучок света под малым углом α , который пересекает ось системы в точке A на расстоянии $d = 3F$ от линзы. Постройте выходящий из системы пучок света и определите угол отклонения этого пучка от оси системы.

Прежде чем решать эту задачу, необходимо разобраться в некоторых оптических свойствах уголкового отражателя.

Пусть точечный источник света S расположен перед уголком на его оси симметрии (рис.4). Найдем изображение источника в уголке, построив ход нескольких лучей света. На рисунке 4 хорошо видно, что изображение источника S в

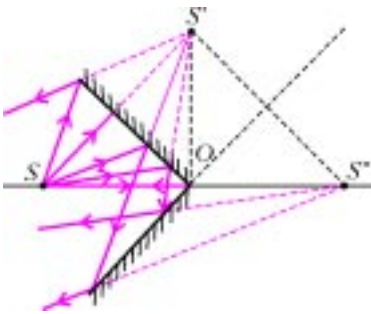


Рис. 4

уголка, уголок ведет себя как плоское зеркало, расположенное в вершине O уголка и перпендикулярное оси симметрии уголка. Для произвольного расположения источника уголок будет осуществлять два зеркальных преобразования: относительно плоскости, перпендикулярной оси симметрии и проходящей через вершину уголка, и относительно плоскости, проходящей через ось симметрии и ребро уголка. Второе свойство уголка продемонстрировано на рисунке 5. Если на уголок падает узкий пучок света, распространяющийся параллельно оси симметрии уголка, то очевидно, что выходящий пучок (после отражений от обоих зеркал) будет параллелен входящему. Этим свойством обладает и любой другой произвольно падающий пучок (см. рис.5), т.е. всегда выходящий из уголка пучок параллелен входящему.

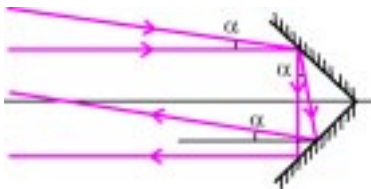


Рис. 5

Теперь можно перейти к решению задачи. Точку A , в которой входящий пучок пересекает главную оптическую ось линзы, мы можем считать источником, а точку A' пересечения преломленного пучка в линзе с этой же осью будем считать его изображением в линзе (рис.6). Найдем расстоя-

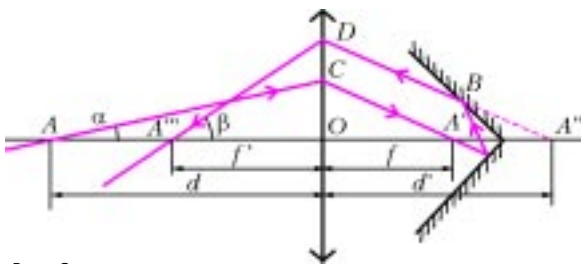


Рис. 6

ние f этого изображения от линзы по формуле линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \text{ откуда } f = \frac{dF}{d-F} = \frac{3}{2}F.$$

Изображение точки A' в уголковом отражателе – точка A'' – будет находиться от линзы на расстоянии

$$d' = 2L - f = \frac{5}{2}F.$$

Поскольку отраженный от уголка пучок своим продолжением исходит из мнимого источника A'' , то, проведя прямую, параллельную CA' и проходящую через точку A'' , мы получим отраженный от уголка луч BD . Рассматривая точку A'' в качестве источника, найдем по формуле линзы точку A''' , сопряженную A'' :

$$\frac{1}{d'} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{F}, \text{ откуда } f' = \frac{d'F}{d'-F} = \frac{5}{3}F.$$

верхнем плоском зеркале – точка S' – мнимое и расположено симметрично за зеркалом. Изображение источника S' в нижнем зеркале – точка S'' – находится на оси симметрии уголка, а отрезки OS , OS' и OS'' равны. Следовательно, для точечного источника, расположенного на оси симметрии

Соединив точки D и A''' , мы получим выходящий из системы пучок.

Теперь мы можем найти угол β между выходящим пучком света и главной оптической осью нашей системы. Из треугольника AOC найдем сторону OC :

$$OC = d \operatorname{tg} \alpha \approx d\alpha.$$

Из подобия треугольников ODA'' и OCA' выразим отношение сторон:

$$\frac{OD}{OC} = \frac{d'}{f}.$$

Отсюда

$$OD = OC \frac{d'}{f} \approx 5F\alpha.$$

Из треугольника $A'''DO$ следует, что

$$\beta \approx \operatorname{tg} \beta = \frac{OD}{f'} \approx 3\alpha.$$

Задача 3. На центрированную систему тонких линз, изображенную на рисунке 7, падает слева параллельный пучок света под малым углом α к оптической оси линз. Фокусные расстояния линз равны $F_1 = 60$ см, $F_2 = 4$ см. При каком расстоянии L между линзами выходной пучок будет параллельным? Чему будет равен угол отклонения выходящего пучка от оптической оси линз?

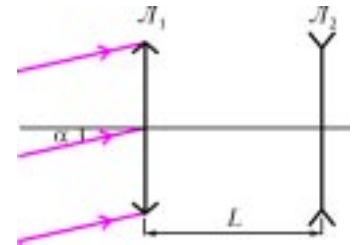


Рис. 7

После прохождения собирающей линзы L_1 параллельный пучок света собирается в ее задней фокальной плоскости – точка A на рисунке 8. Положение этой точки определяется

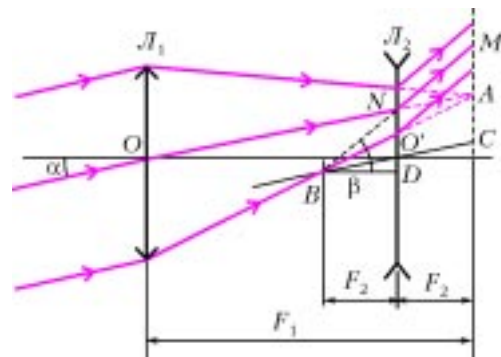


Рис. 8

лучом OA , проходящим через оптический центр линзы. Мы знаем, что параллельный пучок на выходе рассеивающей линзы имеет место только в том случае, если на линзу падает сходящийся пучок, причем точка схождения лежит в задней фокальной плоскости линзы. Поэтому в нашем случае расстояние между линзами равно

$$L = F_1 - F_2 = 56 \text{ см}.$$

Для определения угла отклонения выходного пучка от оптической оси нашей системы проведем вспомогательную линию BC , проходящую через оптический центр линзы L_2 и параллельную лучу ON (точка N – пересечение луча OA с линзой L_2). После прохождения линзы луч ON преломится и выйдет в виде луча NM , продолжение которого в

(Продолжение см. на с. 34)

(Начало см. на с. 30)

обратную сторону пересекается с линией BC в передней фокальной плоскости линзы L_2 (точка B). Проведем еще одну вспомогательную прямую – BD , параллельную оптической оси. Из треугольника ONO' найдем длину отрезка NO' :

$$NO' = (F_1 - F_2) \operatorname{tg} \alpha \approx (F_1 - F_2) \alpha.$$

Из треугольника $BO'D$ определим длину отрезка $O'D$:

$$O'D = F_2 \operatorname{tg} \alpha \approx F_2 \alpha.$$

Длина отрезка ND равна сумме длин отрезков NO' и $O'D$:

$$ND = NO' + O'D \approx F_1 \alpha.$$

Теперь из треугольника BND найдем угол β отклонения выходного пучка:

$$\beta \approx \frac{ND}{BD} \approx \frac{F_1}{F_2} \alpha.$$

Рассмотренная выше система линз является оптической схемой зрительной трубы Галилея. Угловое увеличение такой трубы, настроенной на наблюдение удаленных объектов, равно

$$\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{F_1}{F_2}.$$

Задача 4. Микроскоп имеет объектив L_1 с фокусным расстоянием $F_1 = 1$ см и окуляр L_2 с фокусным расстоянием $F_2 = 3$ см, расстояние между ними $L = 20$ см (рис. 9). На каком расстоянии от объектива должен находиться предмет, чтобы окончательное изображение получилось на расстоянии наилучшего зрения $d_0 = 25$ см от глаза (глаз расположен вплотную к окуляру)? Какое при этом получится линейное увеличение предмета?

Рис. 9

При наблюдении в микроскоп предмет A располагается перед объективом на расстоянии $d_1 > F_1$ (рис. 10). После

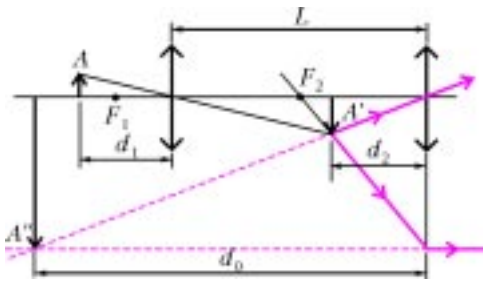


Рис. 10

объектива получается увеличенное перевернутое изображение предмета A' , которое расположено от окуляра на расстоянии, меньшем его фокусного расстояния. Окуляр является обычной лупой, и изображение в нем мнимое увеличенное и прямое.

Решение задачи будем вести с конца. Мы знаем, что окончательное изображение предмета A'' должно получиться перед окуляром на расстоянии d_0 . Поэтому, используя формулу линзы, мы можем найти положение промежуточного изображения A' перед окуляром – на рисунке 10 это

расстояние обозначено через d_2 :

$$\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_0} = \frac{1}{F_2}, \text{ откуда } d_2 = \frac{d_0 F_2}{d_0 + F_2}.$$

Найденное положение предмета A' для линзы L_2 является изображением предмета A в линзе L_1 . Опять используем формулу линзы (для линзы L_1), имея в виду, что искомое расстояние от предмета A до линзы равно d_1 , а расстояние от линзы до изображения A' равно $L - d_2$:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{L - d_2} = \frac{1}{F_1}.$$

Отсюда получаем искомое расстояние:

$$d_1 = \frac{(L - d_2) F_1}{L - d_2 - F_1} = \frac{(L d_0 + F_2 (L - d_0)) F_1}{L d_0 + F_2 (L - d_0) - F_1 (d_0 + F_2)} = 1,06 \text{ см}.$$

Линейное увеличение микроскопа, очевидно, равно произведению увеличений каждой из линз:

$$\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2.$$

Увеличение объектива равно

$$\Gamma_1 = \frac{L - d_2}{d_1} = \frac{L d_0 + F_2 (L - d_0) - F_1 (d_0 + F_2)}{F_1 (d_0 + F_2)}.$$

Увеличение окуляра равно

$$\Gamma_2 = \frac{d_0}{d_2} = \frac{d_0 + F_2}{F_2}.$$

Общее увеличение микроскопа равно

$$\Gamma = \frac{L d_0 + F_2 (L - d_0) - F_1 (d_0 + F_2)}{F_1 F_2} \approx 152.$$

Задача 5. Наблюдатель рассматривает удаленный предмет с помощью зрительной трубы Кеплера. В качестве объектива и окуляра трубы используются две собирающие линзы с фокусными расстояниями $F_1 = 30$ см и $F_2 = 5$ см. Наблюдатель видит четкое изображение предмета, если расстояние между объективом и окуляром трубы находится в пределах от $L_1 = 33$ см до $L_2 = 34,5$ см. На каких расстояниях наблюдатель отчетливо видит предметы невооруженным глазом?

Ограничение расстояний, на которых наблюдатель отчетливо видит предметы невооруженным глазом, связано со способностью глаза изменять радиус кривизны хрусталика, тем самым изменяя его фокусное расстояние. Фокусное расстояние хрусталика может изменяться от некоторого максимального значения (при наблюдении удаленных предметов) до минимального (при наблюдении предметов вблизи глаза). Нормальный глаз, настраиваясь на удаленные предметы, увеличивает фокусное расстояние хрусталика, и оно становится равным расстоянию от хрусталика до сетчатки глаза. Если мы таким образом рассматриваем удаленные предметы через трубу, то расстояние между объективом и окуляром трубы будет равно сумме фокусных расстояний:

$$L_0 = F_1 + F_2 = 35 \text{ см}.$$

Глаз же нашего наблюдателя при данном L_0 не может сфокусировать изображение на сетчатке – фокус хрусталика маловат. Тогда наблюдатель начинает сдвигать окуляр и объектив, тем самым приближая первичное изображение предмета в трубе к глазу, и при $L_2 = 34,5$ см хрусталику удастся сфокусировать изображение. Этот случай изображен на рисунке 11. В качестве предмета рассматривается точечный источник, расположенный на оптической оси системы на большом удалении. На объектив (линза L_1) падает параллельный пучок света, в фокальной плоскости объекти-