

$\Gamma = 3$ . Чему равно расстояние  $L$  от предмета до изображения?

*Публикацию подготовили А.Леднев, А.Пичкур*

Московский государственный институт  
электронной техники  
(технический университет)

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{5}{7}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

2. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{5x-1}{x+5}} - 1.$$

3. Решите неравенство

$$\log_2(x^2 - 3x) \leq -\log_{0,5}(6 - 4x).$$

4. Решите уравнение

$$\sin 2006x = \cos 1003x.$$

5. Центр круга, описанного около равнобедренной трапеции, принадлежит ее большему основанию. Найдите основания трапеции, если известно, что площадь круга равна  $169\pi$ , а высота трапеции равна 12.

6. При каких значениях  $x$  числа  $3$ ,  $3^{x+1}$ ,  $4 - 11 \cdot 3^x$  являются последовательными членами некоторой геометрической прогрессии?

7. Через сторону квадрата проведена плоскость, составляющая с плоскостью квадрата угол  $60^\circ$ . Под каким углом наклонены к этой плоскости диагонали квадрата?

8. Постройте график функции

$$y = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}.$$

9. Решите уравнение

$$\sqrt{x^4 + x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 4x + 2} = x^2 - 2.$$

10. От пристани  $A$  одновременно отправились вниз по течению реки катер и плот. Катер спустился вниз по течению на 96 км, затем повернул обратно и вернулся в  $A$ , потратив на весь путь 14 часов. Найдите скорость катера в стоячей воде и скорость течения реки, если известно, что катер встретил плот на обратном пути на расстоянии 24 км от  $A$ .

11. При каких значениях параметра  $a$  имеет ровно один экстремум на промежутке  $(-2; 0)$  функция

$$f(x) = \frac{a}{3}x^3 - \frac{a-6}{2}x^2 + 2x + a^3?$$

Вариант 2

1. Найдите  $\log_2 18$ , если  $\log_2 3 = a$ .

2. Решите уравнение

$$2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} = 5^{x+1} - 5^{x+2}.$$

3. Решите уравнение

$$x \cdot |x + 1| + |x| \cdot (x + 1) = 4.$$

4. Решите неравенство

$$\frac{x^2}{x^2 + 3x - 4} \leq 1.$$

5. Решите уравнение

$$2 \sin 3x \cdot \cos x + 2 \cos 3x \cdot \sin(\pi + x) = 1.$$

6. Цилиндр с площадью основания, равной  $5\pi$ , вписан в шар. Найдите объем цилиндра, если объем шара равен  $36\pi$ .

7. В равнобедренную трапецию вписана окружность. Найдите длину этой окружности, если известно, что боковая сторона и меньшее основание трапеции равны 5 и 2 соответственно.

8. Два спортсмена бегают с постоянными скоростями по замкнутой дорожке. На пробег всей дорожки первый спортсмен тратит на 25 секунд меньше второго. Если они стартуют из одной точки в одном и том же направлении, то первый спортсмен впервые догоняет второго через 150 секунд после старта. Через какое время произойдет их первая встреча, если они будут стартовать из одной точки в противоположных направлениях?

9. Решите неравенство

$$\log_{1/2}(\sqrt{5-x} - x + 1) > -3.$$

10. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 8xy - 9y^2 = 14, \\ 10y - x^2 = 13. \end{cases}$$

11. При каких значениях параметра  $a$  найдутся числа  $x$  и  $y$ , удовлетворяющие уравнению  $\sqrt{2xy + a} = x + y + 1$ ?

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Стержень  $AB$ , ориентированный вдоль оси  $x$ , движется с постоянной скоростью  $v = 0,1$  м/с в положительном направлении оси. Передним концом стержня является точка  $A$ , задним – точка  $B$ . Найдите длину стержня, если в момент времени  $t_A = 10$  с координата точки  $A$  равна  $x_A = 3$  м, а в момент  $t_B = 30$  с координата точки  $B$  равна  $x_B = 4,5$  м.

2. Двумя нитями, одна из которых горизонтальная, а другая составляет с горизонтом угол  $\alpha = 60^\circ$ , груз закреплен на тележке (рис.1). С каким ускорением движется тележка по горизонтальной поверхности, если силы натяжения нитей одинаковы по величине? Груз покоится относительно тележки. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

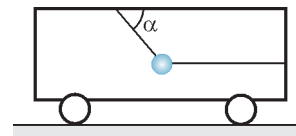


Рис. 1

3. В результате центрального столкновения двух одинаковых частиц, двигавшихся навстречу друг другу со скоростями  $v$  и  $2v$ , скорость более быстрой частицы изменила направление на противоположное и уменьшилась по величине в 2 раза. а) Во сколько раз изменилась величина скорости другой частицы? б) Является ли столкновение частиц абсолютно упругим? Ответ следует обосновать.

4. В одном из двух баллонов содержится углекислый газ, а в другом – водород. Объемы, температуры и давления газов одинаковые. а) Во сколько раз отличаются массы газов в баллонах? б) В каком баллоне масса газа увеличится и во сколько раз, если баллоны соединить тонкой трубкой? Молярные массы водорода и углекислого газа равны  $M_{\text{вод}} = 2$  г/моль и  $M_{\text{угл}} = 44$  г/моль соответственно.

5. В сосуде под поршнем находится идеальный одноатомный газ, занимая объем  $V = 4$  л при давлении  $p = 200$  кПа. Во сколько раз увеличится абсолютная температура газа, если его адиабатически сжать, совершив работу  $A = 3$  кДж?

6. Точечный заряд  $q_1$ , расположенный в вершине  $A$  квадрата  $ABCD$ , создает в вершине  $D$  электрическое поле, модуль вектора напряженности которого  $E_1 = 4000$  В/м,

а точечный заряд  $q_2$ , расположенный в вершине  $B$ , создает в той же точке  $D$  поле  $E_2 = 1000$  В/м. Определите отношение зарядов  $q_1/q_2$ .

7. Какой заряд  $q$  пройдет через резистор сопротивлением  $R = 1$  Ом за время  $\tau = 5$  мин, если напряжение на резисторе в течение этого времени равномерно возрастает от нуля до  $U = 2$  В?

8. Лампочка, на которой написано  $U = 110$  В,  $P = 100$  Вт, и катушка индуктивностью  $L = 0,5$  Гн соединены последовательно и подключены к генератору переменного напряжения частотой  $\nu = 50$  Гц. При этом лампочка горит нормальным накалом. Определите действующие значения тока  $I$  через лампочку и напряжения  $U_L$  на катушке. Сопротивлением провода, которым намотана катушка, пренебречь.

9. Луч света падает на тонкую рассеивающую линзу с оптической силой  $D = -10$  дптр под углом  $\alpha$  к главной оптической оси и преломляется в линзе на расстоянии  $h = 1$  см от ее оптического центра, как показано на рисунке 2. При каком минимальном значении угла  $\alpha$  этот луч после преломления в линзе пересечет ее главную оптическую ось?

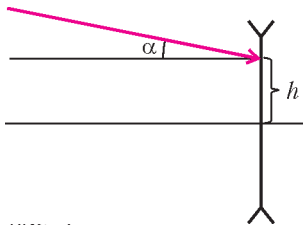


Рис. 2

10. Во сколько раз максимальная скорость электронов, выбиваемых светом из металла при фотоэффекте, меньше скорости света в вакууме? Длина волны света  $\lambda = 0,6$  мкм. Работа выхода электронов из металла в 2 раза меньше энергии фотона. Ответ выразите через величину  $\lambda_C = h/(mc) = 2,4 \cdot 10^{-12}$  м, где  $h$  – постоянная Планка,  $m$  – масса электрона,  $c$  – скорость света в вакууме.

11. Через катушку индуктивностью  $L = 100$  мГн протекает постоянный ток. В некоторый момент времени ток через катушку начинают равномерно уменьшать, и через  $\tau = 10$  мс после этого он оказывается равным нулю. Через какое время  $t$  после начала уменьшения тока напряжение на катушке станет равным нулю? Сопротивление провода, которым намотана катушка, равно  $R = 20$  Ом.

Вариант 2

(олимпиада-2006)

1. Камень, брошенный с поверхности земли вертикально вверх, упал на землю через  $T = 2$  с. Определите путь  $s$ , пройденный камнем за время  $\tau = 1,5$  с после броска. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

2. Однородный шар радиусом  $R$  и массой  $m$  расположен на гладком горизонтальном столе и прикреплен к точке  $O$  поверхности стола нерастяжимой нитью (рис.3). Центру шара сообщили горизонтальную скорость, после чего он стал равномерно двигаться по окружности вокруг вертикальной оси, проходящей через точку  $O$ . С какой силой шар действует на стол, если период его обращения равен  $T$ ? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

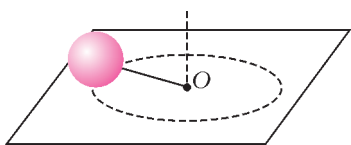


Рис. 3

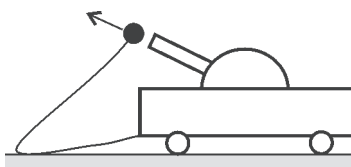


Рис. 4

3. Игрушечная пушка на колесиках (рис.4), первоначально покоившаяся

на горизонтальном полу, выстреливает шарик, привязанный к пушке легкой ниткой (чтобы не потерялся). При выстреле нитка обрывается, и шарик падает на пол со скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Определите скорость пушки  $V$  после обрыва нити, если масса пушки в  $k$  раз больше массы шарика. Трением и сопротивлением воздуха пренебречь. Векторы скорости шарика и пушки лежат в одной плоскости.

4. В вертикальном цилиндре под легким поршнем площадью  $S = 20$  см<sup>2</sup> находится идеальный газ при температуре  $t = 30$  °С. Какую вертикальную силу нужно приложить к поршню, чтобы удерживать его в исходном положении после нагрева газа на  $\Delta t = 20$  °С? Атмосферное давление  $p_0 = 10^5$  Па. Трением пренебречь.

5. Определите работу газа в круговом процессе, изображенном на рисунке 5 (здесь  $p$  – давление газа,  $V$  – занимаемый им объем). При выбранном масштабе график представляет собой окружность.

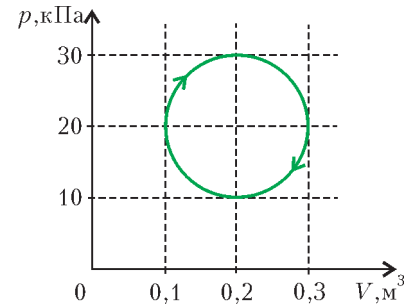


Рис. 5

6. Плоский воздушный конденсатор помещили в постоянное однородное электрическое поле напряженностью  $E_0$ , перпендикулярное его обкладкам. Обкладки конденсатора на некоторое время замкнули тонкой проволочкой, затем проволочку убрали, а конденсатор медленно извлекли из электрического поля. Какая работа против сил электрического поля при этом была совершена? Емкость конденсатора  $C$ , расстояние между обкладками  $d$ .

7. На лампочке написано 220 В, 100 Вт. Чему равно сопротивление спирали лампочки в нормальном рабочем режиме?

8. При равномерном изменении силы тока через катушку за время  $\tau = 0,05$  с в ней возникает ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E} = 0,1$  В. Катушка содержит  $N = 1000$  витков. Какой заряд  $q$  пройдет за это время через замкнутый виток сопротивлением  $R = 20$  Ом, плотно надетый на катушку? Магнитное поле, созданное током в витке, считать пренебрежимо малым. Катушка длинная, намотка однослойная.

9. Определите показатель преломления среды, если известно, что свет с частотой  $\nu = 4 \cdot 10^{14}$  Гц имеет в ней длину волны  $\lambda = 0,5$  мкм. Скорость света в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

Публикацию подготовили А.Берестов, И.Горбатый, В.Гуйдырев, С.Кальней, С.Куклин, А.Прокофьев, Т.Соколова, И.Федоренко

Московский государственный текстильный университет им. А.Н.Косыгина

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультет информационных технологий, автоматике и энергетики)

1. Решите уравнение

$$1,5 - \frac{2x}{15} = \frac{1}{3} + 0,8x$$

2. Книга-двухтомник стоит 360 рублей, при этом первый