

# Как молекулы столкнулись

**А. СТАСЕНКО**

**П**ОЧЕМУ ВООБЩЕ ВОЗМОЖНА КОНДЕНСАЦИЯ – БУКВАЛЬНО «уплотнение»? Ведь при атмосферном давлении плотность жидкости на три порядка больше, чем плотность газа (или пара). Значит, что-то заставляет молекулы газа стремиться друг к другу и удерживаться рядом. А при нагревании жидкости происходит ее испарение – следовательно, что-то преодолевает удерживающие силы.

Прежде всего ясно, что молекулы должны иметь конечные размеры. Если бы это были материальные точки (такая модель тоже иногда используется), то конденсат любой ограниченной массы газа или пара имел бы нулевой объем. И на дне стакана трудно было бы разглядеть 200 граммов воды. Поэтому будем считать молекулы абсолютно жесткими шариками, имеющими диаметр  $d$ .

Далее, если молекулы притягиваются друг к другу (как, например, планеты или звезды), то должна существовать потенциальная энергия  $E_{\text{п}}$  их взаимодействия, зависящая от расстояния  $r$  между молекулами. В случае гравитации ньютоновская потенциальная энергия имеет вид  $E_{\text{п}} \sim -\frac{1}{r}$ , а для молекул потенциальная энергия притяжения еще резче зависит от расстояния:  $E_{\text{п}} \sim -\frac{1}{r^6}$ . Но поскольку мы решили считать молекулы жесткими шариками, они никак не могут сблизиться на расстояние (между их центрами!), меньшее  $d$ : после их соприкосновения потребовалась бы бесконечно большая сила и возникла бы бесконечно большая энергия отталкивания. В процесс сближения  $E_{\text{п}}$  будет изменяться вдоль кривой ( $\infty \rightarrow -\varepsilon$ ) на рисунке 1 – там стрелкой даже показано направление этого изменения. Понятно, что для молекул, не взаимодействующих друг с другом вплоть до соприкосновения, потенциальная энергия изменялась бы по сторонам прямого угла ( $\infty \rightarrow d \rightarrow \infty$ ).

По сути дела, модель абсолютно жестких шариков адекватна «точечным» молекулам, у которых сила (и потенциальная энергия) отталкивания резко растут при сближении.

Итак, о чем же говорит рисунок 1? В начале координат  $r = 0$  находится центр молекулы-шарика, которую мы считаем фиксированной (она заштрихована). Центр другой молекулы-шарика может находиться на любом расстоянии  $d < r < \infty$ . Эта другая молекула притягивается к фиксированной с силой, пропорциональной *темпу* изменения потенциальной энергии с изменением расстояния. Эту длинную

фразу физики заменяют простым соотношением:  $F = -\frac{dE_{\text{п}}}{dr}$  и говорят: «сила равна минус градиенту потенциальной энергии». Отсюда видно, что склон кривой  $E_{\text{п}}(r)$  должен быть направлен к началу координат, если мы хотим описать притяжение. Образно говоря, вторая молекула стремится «свалиться» в потенциальную яму глубины  $\varepsilon$  и остаться там (если уж нельзя сблизиться далее). Это и есть предпосылка для конденсации.

Но ведь молекулы сближаются не квазистатически. Как известно, они обладают средней кинетической энергией,

пропорциональной температуре:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT,$$

и если скорость второго шарика на рисунке 1 слишком велика, он упруго отразится от первого (заштрихованного) и выскочит из потенциальной ямы. А что значит «слишком»? Ясно, что нужно сравнить две энергии: потенциальную энергию притяжения  $\varepsilon$  и кинетическую энергию второго шарика, которой он обладает на большом расстоянии от первого, т.е. «на бесконечности». И теперь понятно, что конденсация возможна в случае соблюдения условия

$$\varepsilon \gtrsim \frac{mv_{\infty}^2}{2}.$$

Это значит, что кинетическая энергия хаотического теплового движения должна быть меньше глубины потенциальной ямы.

Но, как известно, при конденсации выделяется энергия. Ее характеризуют удельной теплотой испарения или конденсации. Ясно, что она имеет прямое отношение к глубине потенциальной ямы: чем больше  $\varepsilon$ , тем большую энергию надо затратить, чтобы «вытащить на бесконечность» молекулу из потенциальной ямы и тем большая энергия выделится в обратном процессе конденсации. Правда, те значения удельной теплоты испарения, которые указаны в различных справочниках, получены в условиях, когда пар (а тем более жидкость) является сплошной средой. Поэтому надо принять во внимание и работу по расширению пара после «вытаскивания» его молекул из жидкости. К тому же, испаряющуюся молекулу удерживает не одна фиксированная молекула (заштрихованная на рисунке 1), но еще и множество других, более отдаленных.

Понятно, что две отдельные молекулы никак не могли бы конденсироваться, т.е. остаться рядом в покое – кто-то должен унести лишнюю энергию. Этим «кто-то», конечно, является третья молекула. А поскольку участников процесса очень много, то «третьи» молекулы, получая избыток энергии, нагревают газ, что приводит к росту средней кинетической энергии молекул.

Но почему молекулы должны сближаться вдоль линии центров, как на рисунке 1? Рассмотрим более общий случай (рис.2): первая молекула по-прежнему фиксирована (заштрихована), а вторая «из бесконечности» движется с относительной скоростью  $v_{\infty}$ , но не вдоль линии центров, а, как говорят, с прицельным расстоянием  $b$  от этой линии. Это такое расстояние, что все молекулы с центрами внутри круга площадью  $\pi b^2$  непременно столкнутся с фиксированной молекулой – по крайней мере, коснутся ее, а все молекулы с центрами вне этого круга про-

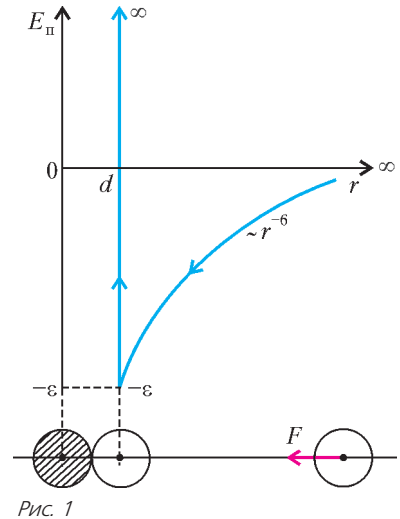


Рис. 1

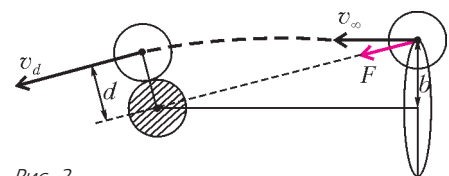


Рис. 2

летят мимо. Конечно, сила притяжения  $F$  во все время сближения двух молекул направлена вдоль линии центров, она-то и искривляет траекторию молекулы.

Запишем условие сохранения полной механической энергии второй молекулы в двух состояниях – «на бесконечности» и в момент касания первой:

$$\frac{mv_{\infty}^2}{2} + 0 = \frac{mv_d^2}{2} + (-\epsilon).$$

Здесь учтены те же факты, которые указаны на рисунке 1: потенциальная энергия вдали равна нулю, а при соприкосновении молекул равна  $-\epsilon$ .

А еще можно записать закон сохранения *момента импульса*. Это второй закон Кеплера о секториальной скорости, или о том, что радиус-вектор, проведенный из центра силового поля, заметает равные площади в равные отрезки времени. Хотя закон получен Ньютоном для гравитации, он верен для любого центрального взаимодействия (когда сила направлена строго по линии центров). Итак,

$$mv_{\infty} \cdot b = mv_d \cdot d.$$

Выразим из этого уравнения  $v_d$  и подставим в закон сохранения энергии. Получим

$$\left(\frac{b}{d}\right)^2 = 1 + \frac{\epsilon}{mv_{\infty}^2/2} = 1 + \frac{\alpha}{T}.$$

Здесь  $\alpha$  – постоянная, а в знаменателе оказалась температура. Видно, что с охлаждением любого газа, когда уменьшается средняя скорость его молекул, прицельное расстояние  $b$  растет: молекулы «чувствуют» друг друга на все больших расстояниях, а в пределе  $T \rightarrow 0$  – на бесконечно больших. Тут-то все газы и сконденсируются.

Кстати, полученный результат не зависит от конкретного вида потенциальной энергии взаимодействия, а зависит лишь от отношения потенциальной и кинетической энергий. Поэтому он применим и к кинетике небесных тел (звезд, планет, газовых туманностей, галактик...). Что же мешает им всем сконденсироваться (это было бы ужасно!)? Конечно, закон сохранения момента импульса. И слава Богу.

# Как Студент магнитное поле измерял

**А. СТАСЕНКО**

*Приступив к изучению труда Фарадея, я установил, что его метод понимания явлений был также математическим, хотя и не представленным в форме обычных математических символов... Фарадей видел силовые линии, пронизывающие все пространство...*

Дж.Максвелл

КАК-ТО НА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТ НАМОТАЛ сотни метров проволоки в виде соленоида, да такого длинного, что магнитное поле в его середине можно было считать пространственно однородным, и подключил его к источнику переменного тока с регулируемой частотой  $\omega$  (рис.1). И задумался: как бы измерить индукцию магнитного поля?

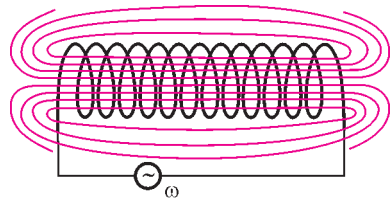


Рис. 1

Еще в позапрошлом веке было известно, что если через площадь некоторой проводящей рамки, например в виде окружности, со временем изменяется поток вектора магнитной индукции  $\Phi$ , то в этой рамке возникает электродвижущая сила

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Таким образом, можно сказать, что ЭДС  $\mathcal{E}$  – это скорость изменения потока вектора магнитной индукции через рамку.

Пусть, например, кольцо радиусом  $r$  находится в магнитном поле, изменяющемся со временем по гармоническому закону

$$B = B_0 \cos \omega t.$$

Тогда поток вектора магнитной индукции через площадь кольца будет изменяться по закону

$$\Phi = \pi r^2 B_0 \cos \omega t.$$

Далее, если рамка проводящая, то ЭДС  $\mathcal{E}$  вызовет в ней электрический ток. А можно сказать, что этот ток вызывается напряженностью  $\vec{E}$  электрического поля, ускоряющего заряды проводника. Но ЭДС  $\mathcal{E}$  связана с напряженностью  $E$  соотношением

$$\mathcal{E} = E \cdot 2\pi r.$$

Собирая вместе все сказанное, запишем

$$E \cdot 2\pi r = -\frac{\Delta(\pi r^2 B_0 \cos \omega t)}{\Delta t}.$$

Более того, и рамка может быть не проводящей, а сделанной, например, из соломинки, через которую пьют сок, – все равно в ней возникнет индукционное электрическое поле. А значит, может и не быть никакой рамки: электрическое поле возникнет и в вакууме, и в воздухе..., которым наполнен соленоид! – догадался Студент. Это поле будет равно

$$E = -\frac{r}{2} B_0 \frac{\Delta \cos \omega t}{\Delta t} = \frac{r B_0}{2} \omega \sin \omega t,$$

причем оно тоже будет изменяться по гармоническому закону (конечно, тут Студент учел, что скорость изменения косинуса есть минус синус, умноженный на  $\omega$ ).

Но электрическое поле действует на электрический заряд. И тут у Студента возникла идея эксперимента: подвесить внутри соленоида заряженный шарик и измерить амплитуду его колебаний в электрическом поле  $\vec{E}$ , порожденном переменным магнитным полем  $\vec{B}$ .

Сказано – сделано. Масса шарика равнялась, конечно,  $m$ , его радиус был  $a$ , электрический заряд был равен  $q$ , а длину нити (разумеется, невесомой, нерастяжимой, бесконечно тонкой) Студент выбрал равной  $r = b/2$ , где  $b$  – это