

няет уже движущуюся тележку и тоже запрыгивает на нее. Скорость тележки увеличивается на 80%. Найдите массу тележки. Горизонтальные составляющие скоростей мальчиков относительно поверхности земли перед попаданием на тележку одинаковы. Сопротивлением движению тележки пренебречь. Направления всех движений находятся в одной вертикальной плоскости.

2. Тонкий подвижный теплопроводящий поршень делит герметичный цилиндр на две части. С одной стороны от поршня находится $m = 1$ г воды, с другой стороны – воздух под давлением $p = 0,28$ атм. Начальная температура в цилиндре $t_1 = 7$ °С. При медленном нагревании поршень в некоторый момент начинает двигаться, при температуре $t_2 = 100$ °С останавливается и при дальнейшем нагревании остается неподвижным. 1) Какая масса воды в начальный момент находится в газообразном состоянии? 2) Найдите объем цилиндра. Объемом жидкости можно пренебречь по сравнению с объемом цилиндра. Давление насыщенных паров воды при температуре 20 °С равно $p_n = 0,023$ атм. Силу тяжести и трение поршня о цилиндр не учитывать.

3. В электрической цепи (рис. 7), собранной из резисторов, батарей и первоначально незаряженных конденсаторов, все

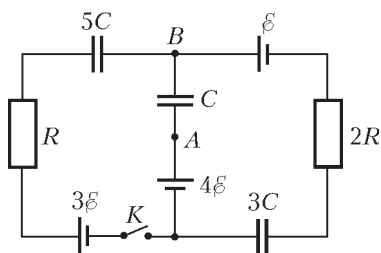


Рис. 7

возникшие после соединения процессы перезарядки закончились. Все элементы можно считать идеальными, их параметры указаны на рисунке. 1) Найдите разность потенциалов $\Phi_A - \Phi_B$ в установленном режиме при разомкнутом ключе К. 2) Найдите ток (с указанием направления) через резистор сопротивлением R сразу после замыкания ключа.

4. По длинным вертикальным проводящим штангам, находящимся на расстоянии l друг от друга, может без трения скользить, не теряя электрического контакта и оставаясь перпендикулярной рельсам, проводящая перемычка. Штанги соединены через резистор сопротивлением r и идеальную батарею с ЭДС ε (рис. 8). Сопротивлением остальных участков цепи можно пренебречь. Система находится в горизонтальном постоянном однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярном плоскости рисунка. 1) Найдите массу перемычки m , если после подвешивания к ней на нити груза такой же массы m перемычка оказалась неподвижной. После обрыва нити через некоторое время устанавливается равномерное движение перемычки. 2) Найдите величину и направление скорости этого движения. Считайте заданными ε, r, B, l, g .

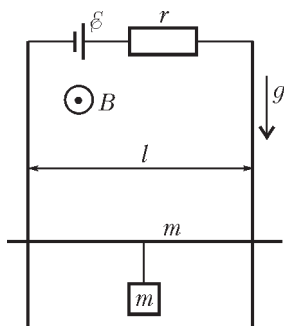


Рис. 8

5. В круглое отверстие листа фанеры вставлена собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 20$ см и диаметром $D = 69$ мм. Точечный источник света находится на главной оптической оси линзы на расстоянии $d = 40$ см от линзы. На экране, расположенном перпендикулярно главной оптической оси линзы, получено резкое изображение этого источника. Линзу при неподвижных источнике и экране передвигают на $x = 20$ см вдоль главной оптической оси в сторону экрана.

1) На каком расстоянии от экрана получилось новое изображение источника? 2) Найдите диаметр светлого пятна на экране.

Публикацию подготовили Д.Александров, Р.Константинов, М.Шабунин

Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультеты электроники, информатики и телекоммуникаций, автоматизации и вычислительной техники)

1. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}(3 - 2x) > -3.$$

2. Решите неравенство

$$\frac{3^x}{9} > 27^{-x^2}.$$

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^3 y + xy^3 = 30, \\ x^2 + y^2 = 10. \end{cases}$$

4. Решите уравнение

$$2 \sin x + 3 \cos x = \frac{2}{\sin x}.$$

5. Найдите область определения и множество значений функции

$$y = \log_3(5 + 4x - x^2).$$

6. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\frac{ax - 5}{x - 1} = x - 4$$

имеет единственное решение.

7. Найдите площадь области, заданной на координатной плоскости xOy системой неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 8x - 7, \\ y + x \geq 1. \end{cases}$$

8. В основании пирамиды $SABC$ лежит треугольника ABC , в котором $AB = AC = 6\sqrt{10}$, $BC = 12$. Высота пирамиды проходит через вершину B . Радиус сферы, описанной вокруг пирамиды, равен 26. Найдите объем пирамиды.

9. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\sqrt{3 + 8 \sin x} = \frac{4}{3} \sin x + a$$

имеет решение.

Вариант 2

(факультеты прикладной математики и экономико-математический)

1. Решите неравенство

$$\sqrt{3x + 4 - x^2} > \sqrt{3x - 5}.$$

2. Решите уравнение

$$27^{x^2} \cdot 3^{x-3} = \frac{1}{3}.$$

3. Найдите область определения функции

$$y = \log_2(\sqrt{x+2} - x).$$

4. Решите неравенство

$$\log_3(1+2x) \geq \log_{27}(1+14x).$$

5. Решите уравнение

$$8 \cdot 2^{|x|} + 7 \cdot 2^x = 30.$$

6. Решите уравнение

$$\sqrt{\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x}{4}} + 1 + \cos x = 0.$$

7. Изобразите на координатной плоскости множество точек $(x; y)$, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$6y^2 - xy - 2x^2 = 0.$$

Принадлежит ли хотя бы одна точка этого множества кругу радиуса 2 с центром в точке $(2; 4)$?

8. В основании правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 8. Высота пирамиды равна $8\sqrt{6}$. Точка K – середина ребра SA . Точка L лежит на ребре SD , причем $SL : LD = 3 : 1$. Через точки K и L проведена плоскость, параллельная прямой CD . Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью.

9. Верно ли, что при $a = 9$ неравенство

$$\sqrt{a} \cos x - \sin x \leq 5 - \sqrt[4]{a+8}$$

выполняется для всех x ? Найдите все значения a , при которых это неравенство выполняется для всех x .

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Тело брошено вертикально вниз с высоты $H = 12$ м со скоростью $v_0 = 3,0$ м/с. Найдите, на какой высоте скорость тела увеличится вдвое.

2. Две гири массами $m_1 = 5,0$ кг и $m_2 = 10$ кг висят на концах нерастяжимой нити, которая перекинута через блок. Найдите натяжение нити при движении грузов.

3. При изобарном процессе газ совершил работу $A = 20$ кДж. Как изменилась при этом его внутренняя энергия?

4. Два положительных заряда, один из которых вдвое больше другого, закреплены в вершинах острых углов равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом a . Они создают в третьей вершине поле напряженностью E . Найдите потенциал, создаваемый зарядами в точке, лежащей на середине гипотенузы.

5. Два проводника, сопротивления которых отличаются в два раза, соединены параллельно и подключены к источнику тока с электродвижущей силой $\mathcal{E} = 3,0$ В и внутренним сопротивлением $r = 1,0$ Ом. Найдите мощность, выделяемую на каждом сопротивлении, если известно, что КПД источника $\eta = 70\%$.

Вариант 2

1. Автомобиль, двигаясь равномерно со скоростью $v_1 = 45$ км/ч, в течение времени $t_1 = 1$ мин прошел такой же путь, какой автобус, двигавшийся равномерно в том же

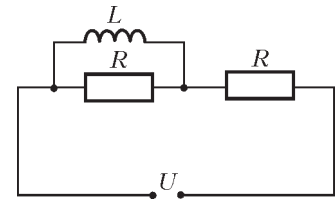
направлении, прошел за время $t_2 = 90$ с. Определите скорость автомобиля относительно автобуса.

2. Тело массой $m = 1,6$ кг движется по гладкой горизонтальной поверхности и сталкивается с таким же покоящимся телом. В результате абсолютно неупругого удара выделилось $Q = 40$ Дж тепла. Определите скорость первого тела до удара.

3. Сколько молекул кислорода находится в сосуде объемом $V = 1,0$ л, если температура кислорода $t = 150^\circ\text{C}$, а давление $p = 0,13$ кПа? Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

4. Определите длину математического маятника, если за время $t = 3$ мин он совершил $N = 130$ колебаний.

5. Электрическая цепь (см. рисунок), состоящая из двух резисторов сопротивлением $R = 12$ Ом каждый и соленоида индуктивностью $L = 40$ мГн, подключена к источнику напряжением $U = 6,0$ В. Определите количество теплоты, выделившееся в цепи при отключении источника.



Публикацию подготовили Ю. Колмаков, Ю. Сезонов
Московский педагогический
государственный университет

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(математический факультет)

1. Найдите 40% числа

$$\frac{2,8888^2 - 17,8888^2}{17,8888 + 2,8888}.$$

2. Найдите $f'(0)$, если

$$f(x) = 4e^x - 4e^{-x} - 4e^{-1}.$$

3. Что больше: $\operatorname{tg} \frac{15\pi}{8}$ или $-\frac{1}{\sqrt{3}}$?

4. Решите неравенство

$$\log_4 |x| \log_{16} |x| \log_{64} |x| \log_{256} |x| > \log_{16} 64^{9/4}.$$

5. Решите уравнение

$$25^{\cos x} + 130 \cdot 0,2^{2 \cos x} = 31.$$

6. При каких значениях параметра p наибольшее значение функции

$$f(x) = \log_p(\sqrt{x+2} - 1)$$

на отрезке $[2; 34]$ равно 1?

7. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$7x^2 + 3 \leq 7\sqrt{7}x^3 - 5\sqrt{7}x.$$

8. В правильной четырехугольной пирамиде плоскость, проходящая через сторону основания, делит одно из боковых ребер пирамиды пополам и образует с плоскостью основания угол 30° . Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если объем пирамиды равен 12.

Вариант 2

(физики и факультет информационных технологий)

1. Вычислите $3\sqrt[3]{108} \cdot \sqrt[3]{128}$.