XLVII Международная математическая олимпиада

XLVII Международная математическая олимпиада (ММО) прошла с 6 по 18 июля 2006 года. в столице Словении – городе Любляне. Словения – небольшая, но очень красивая страна с разнообразным природным ландшафтом. После двух туров соревнований 498 участников олимпиады из 90 стран познакомились с самыми живописными местами Словении – побывали в пещере близ города Постойна, полюбовались живописным озером и замком Блед, побывали в альпийских предгорьях, искупались в Адриатическом море.

В команду России вошли шесть выпускников, многократных победителей Всероссийских олимпиад:

Александр Магазинов –Ярославль, лицей 33,
Ростислав Девятов – Москва, лицей «Вторая школа»,
Тимофей Образцов – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Павел Затицкий – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Алексей Катышев – Санкт-Петербург, ФМЛ 239,
Александр Глазман – Санкт-Петербург, ФМЛ 239.

Команда России получила 3 золотые и 3 серебряные медали. Вот результаты выступления наших участников (правильное решение каждой из шести задач оценивалось в 7 баллов):

Участник	Баллы за задачи						Сумма баллов	Медаль
	1	2	3	4	5	6		
А. Магазинов	7	7	7	7	7	7	42	золотая
Р. Девятов	7	7	0	7	7	7	35	золотая
Т. Образцов	7	7	0	7	7	0	28	золотая
П. Затицкий	7	1	2	7	7	1	25	серебряная
А. Катышев	7	7	2	7	0	0	23	серебряная
А. Глазман	7	7	0	7	0	0	21	серебряная

В неофициальном командном зачете наша команда заняла почетное второе место. Вот результаты первых двадцати команд:

№	Страна	Общее число баллов	Количество медалей: золото	серебро	бронза
1.	Китай	214	6	0	0
2.	Россия	174	3	3	0
3.	Корея	170	4	2	0
4.	Германия	157	4	0	2
5.	США	154	2	4	0
6.	Румыния	152	3	1	2
7.	Япония	146	2	3	1
8.	Иран	145	3	3	0
9.	Молдавия	140	2	1	3
10.	Тайвань	136	1	5	0
11.	Польша	133	1	2	3
12.	Италия	132	2	2	0
13.	Вьетнам	131	2	2	2
14.	Гонконг	129	1	3	2
15.	Таиланд	123	1	3	2
16.	Канада	123	0	5	1
17.	Венгрия	122	0	5	1
18.	Словакия	118	1	2	3
19.	Турция	117	0	4	1
20.	Великобритания	117	0	4	1

Особо отметим успехи ярославца Саши Магазинова. В прошлом году он получил на международной олимпиаде золотую медаль, отстав лишь на один балл от абсолютных победителей, а в этом году, несмотря на сложность задач, показал стопроцентный результат – набрал 42 балла.

Кроме Александра, такого же результата смогли добиться лишь двое участников олимпиады: Юрий Борейко из Молдавии и Джию Лию из Китая. Все шесть задач больше не удалось решить никому.

Благодарим всех, кто так или иначе содействовал подготовке и успешному выступлению сборной России. Мы благодарны тренерскому совету сборной в составе: А.Бадзян, С.Берлов, И.Богданов, А.Гарбер, А.Глазырин, В.Дольников, Р.Карасев, Д.Карпов, М.Пратусевич, Г.Челноков, работавшему с командой на летних учебно-тренировочных сборах. Мы также признательны Федеральному агентству по образованию, Российской академии повышения квалификации работников образования, Стипендиальному фонду Владимира Потанина, компании «Спортмастер», оказывавшим содействие в работе по подготовке национальной команды России по математике.

В заключение приводим условия задач олимпиады и их решения, придуманные нашими школьниками во время олимпиады.

ЗАДАЧИ ОЛИМПИАДЫ

1. Точка I – центр вписанной окружности треугольника ABC. Внутри треугольника выбрана точка P такая, что

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB .$$

Докажите, что $AP \geq AI$, причем равенство выполняется тогда и только тогда, когда P совпадает с I.

(Корея)

2. Диагональ правильного 2006-угольника P называется *хорошей*, если ее концы делят границу P на две части, каждая из которых содержит нечетное число сторон. Стороны P также называются *хорошими*. Пусть P разбивается на треугольники 2003 диагоналями, никакие две из которых не имеют общих точек внутри P. Какое наибольшее число равнобедренных треугольников, каждый из которых имеет две хорошие стороны, может иметь такое разбиение?

(Сербия)

3. Определите наименьшее действительное число M такое, что неравенство

$$\left|ab\left(a^2-b^2\right)+bc\left(b^2-c^2\right)+ca\left(c^2-a^2\right)\right| \leq M\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$

выполняется для любых действительных чисел a, b, c.

(Ирландия)

4. Найдите все пары (x, y) целых чисел такие, что

$$1+2^x+2^{2x+1}=y^2 .$$

(США)

5. Пусть $P(x)$ – многочлен степени $n > 1$ с целыми коэффициентами, k – произвольное натуральное число. Рассмотрим многочлен

$$Q(x)=P\left(P\left(\ldots P\left(P(x)\right)\ldots\right)\right)$$

(здесь P применен k раз). Докажите, что существует не более n целых чисел t таких, что $Q(t) = t$.

(Румыния)

6. Каждой стороне b выпуклого многоугольника P поставлена в соответствие наибольшая из площадей треугольников, содержащихся в P, одна из сторон которых совпадает с b. Докажите, что сумма площадей, соответствующих всем сторонам P, не меньше удвоенной площади многоугольника P.

(Сербия)

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1 (А.Катышев). Из условия вытекает, что

$$\angle ABC + \angle ACB =$$

$$= \angle PBA + \angle PCA + \angle PBC + \angle PCB = 2(\angle PBC + \angle PCB),$$

откуда

$$\angle BPC = 180° - (\angle PBC + \angle PCB) =$$

$$= 180° - \frac{\angle ABC + \angle ACB}{2} =$$

$$= 180° - (\angle IBC + \angle ICB) = \angle BIC.$$

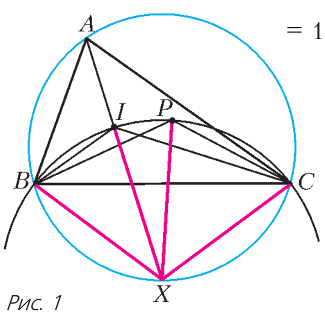

Рис. 1

Поскольку P и I лежат в одной полуплоскости относительно BC, точки B, I, P, C лежат на одной окружности (рис.1). Пусть X – точка пересечения AI с описанной окружностью треугольника ABC. Как известно, $XI = XB = XC$. Действительно,

$$\angle IBX = \angle IBC + \angle CBX = \angle IBC + \angle CAX =$$

$$= \frac{\angle ABC}{2} + \frac{\angle BAC}{2} = \angle IBA + \angle IAB = \angle BIX,$$

следовательно, в треугольнике BIX стороны XI и XB равны. Аналогично, $XI = XC$. Значит, X – центр окружности, проходящей через B, I, C. На этой окружности также лежит точка P. Так как AI проходит через центр этой окружности, то AI – минимальное из расстояний от A до точек этой окружности, причем $AP > AI$ в случае, если точка P не совпадает с точкой I.

2 (А. Глазман). *Ответ*: 1003.

Пусть концы некоторой диагонали D разбивают границу P на две части, содержащие k и $2006 - k$ сторон соответственно, $k \le 1003$. Число k назовем *длиной* диагонали D (сторону многоугольника P считаем диагональю длины 1). Таким образом, хорошие диагонали (или стороны) – это диагонали нечетной длины.

Рассмотрим разбиение многоугольника P на треугольники 2003 диагоналями. Треугольник из разбиения назовем *хорошим*, если он равнобедренный и имеет две стороны нечетной длины. В хорошем треугольнике есть две равные боковые стороны, каждая длины l, и основание, длина которого равна $2l$ или $2006 - 2l$, т.е. четна. Итак, в хорошем треугольнике боковые стороны имеют нечетную длину, а основание – четную длину.

Оценим число хороших треугольников.

Докажем следующую лемму: *Пусть диагональ D длины k из рассматриваемого разбиения делит P на две части. Тогда в меньшей из частей имеется не более $\left[\frac{k}{2}\right]$ хороших треугольников.* (Меньшей назовем часть, не содержащую центр многоугольника P. Если $k = 1003$, т.е. D проходит через центр, то меньшей объявим любую из двух частей. Если $k = 1$, то меньшая часть – отрезок.)

При $k = 1$ утверждение леммы очевидно – в меньшей части вообще нет треугольников. Применим индукцию по k, т.е. предположим, что лемма верна для диагоналей длины 1, 2, …, $k - 1$, и рассмотрим меньшую часть Q для некоторой диагонали AB длины $k \ge 2$. В разбиении имеется треугольник ABC, лежащий в Q. Часть Q разбивается на треугольник ABC и меньшие части R и S для диагоналей AC и BC (рис.2). Так как часть Q меньшая, то длины диагоналей AC и BC меньше k и дают в сумме k. Пусть длины диагоналей AC и BC равны a и b, $a + b = k$. По предположению

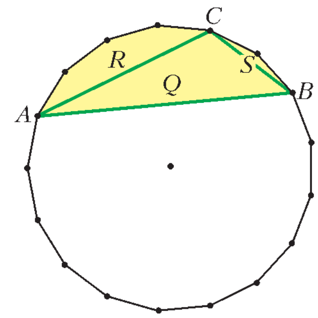

Рис. 2

индукции, в частях R и S не более $\left[\frac{a}{2}\right]$ и $\left[\frac{b}{2}\right]$ хороших треугольников соответственно. Если треугольник ABC не является хорошим, то в части Q не больше чем $\left[\frac{a}{2}\right] + \left[\frac{b}{2}\right] \le \left[\frac{a+b}{2}\right] = \left[\frac{k}{2}\right]$ хороших треугольников. Если же треугольник ABC хороший, то его равными сторонами могут быть только AC и BC. Тогда $a = b = \frac{k}{2}$ нечетно, и в части Q хороших треугольников не больше чем $1 + \left[\frac{a}{2}\right] + \left[\frac{b}{2}\right] = 1 + \frac{a-1}{2} + \frac{b-1}{2} = \frac{k}{2} = \left[\frac{k}{2}\right]$. Переход обоснован, и лемма доказана.

Рассмотрим в разбиении треугольник KLM, внутри или на границе которого содержится центр многоугольника P. Многоугольник разбит на треугольник KLM и меньшие части для диагоналей KL, LM, MK (рис.3). Пусть длины диагоналей KL, LM, MK равны x, y, z соответственно, $x + y + z =$ $= 2006$. Воспользуемся леммой.

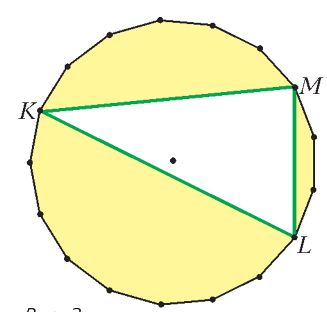

Рис. 3

Если треугольник KLM не является хорошим, то в разбиении P не больше чем $\left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{y}{2}\right] + \left[\frac{z}{2}\right] \le \left[\frac{x+y+z}{2}\right] = 1003$ хороших треугольников. Если же треугольник KLM хороший, то два из чисел x, y, z нечетны (пусть, скажем, x и y нечетны). Тогда в разбиении P хороших треугольников не больше чем

$$1 + \left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{y}{2}\right] + \left[\frac{z}{2}\right] = 1 + \frac{x-1}{2} + \frac{y-1}{2} + \frac{z}{2} = \frac{x+y+z}{2} = 1003.$$

Приведем пример с 1003 хорошими треугольниками. Занумеруем вершины (подряд по часовой стрелке) числами 1, 2, …, 2006 и соединим диагоналями вершины 1 и 3, 3 и 5, … …, 2005 и 1. Эти диагонали отрезают 1003 хороших треугольника, а оставшийся 1003-угольник можно разбить на треугольники произвольно.

3 (А. Магазинов). *Ответ*: $\frac{9\sqrt{2}}{32}$.

Заметим, что левая часть неравенства раскладывается на множители как $\left|(b-a)(c-b)(a-c)(a+b+c)\right|$. Это выражение симметрично относительно переменных a, b, c, поэтому положим для определенности $a \le b \le c$. Обозначим $s_1=(b-a)^2$, $s_2=(c-b)^2$, $s_3=(a-c)^2$, $s=(a+b+c)^2$, $k=a^2+b^2+c^2$. Легко видеть, что $s_1+s_2+s_3+s=3k$.

Заменим b на середину отрезка между a и c, т.е. рассмотрим тройку a',b',c', где $a'=a$, $b'=\frac{a+c}{2}$, $c'=c$. Очевидно, $s_3'=(a'-c')^2=s_3$. Кроме того, $s_1s_2 \le s_1's_2'$, поскольку

$$(b-a)(c-b) \le \left[\frac{(b-a)+(c-b)}{2}\right]^2 = \left[\frac{c-a}{2}\right]^2=(b'-a')(c'-b'),$$

а также $s_1+s_2 \ge s_1'+s_2'$, поскольку

$$(b-a)^2+(c-b)^2=(c-a)^2-2(b-a)(c-b)= =(c'-a')^2-2(b-a)(c-b) \ge$$
$$\ge (c'-a')^2-2(b'-a')(c'-b')=(b'-a')^2+(c'-b')^2.$$

Теперь тройку чисел a',b',c' сдвинем на некоторое число x, т.е. рассмотрим тройку $a''=a'+x$, $b''=b'+x$, $c''=c'+x$. Ясно, что $s_1''=(b''-a'')^2=s_1'$, $s_2''=(c''-b'')^2=s_2'$, $s_3''=(c''-a'')^2=s_3'$. При фиксированных a',b',c' квадратичная функция $(a'+b'+c'+3x)^2$ принимает все неотрицательные значения, поэтому за счет выбора x добьемся, чтобы $s''=(a''+b''+c'')^2=(a'+b'+c'+3x)^2$ стало равным числу $3k-(s_1''+s_2''+s_3'')$. (Число $3k-(s_1''+s_2''+s_3'')$ неотрицательно, и даже не меньше s, так как

$$3k-(s_1''+s_2''+s_3'')=(s_1+s_2+s_3+s)-(s_1'+s_2'+s_3')= = s+\left[(s_1+s_2)-(s_1'+s_2')\right].)$$

У троек a, b, c и a'',b'',c'' совпадают суммы квадратов, так как $3\left(a^2+b^2+c^2\right)=3k=s_1''+s_2''+s_3''+s''=3\left(a''^2+b''^2+c''^2\right)$. Но $s_1s_2 \le s_1''s_2''$, $s_3=s_3''$, $s \le s''$, значит, $s_1s_2s_3s_4 \le s_1''s_2''s_3''s_4''$, т.е. квадрат левой части исходного неравенства для тройки a, b, c не меньше, чем для тройки a'',b'',c''. Это означает, что для поиска минимального M достаточно рассматривать только тройки $a \le b \le c$ с условием $b-a=c-b$.

Зафиксируем $k=a^2+b^2+c^2 \ge 0$. Пусть $s_1=(b-a)^2=s_2=(c-b)^2=t$, тогда $s_3=(c-a)^2=4t$, $s=(a+b+c)^2=3k-(s_1+s_2+s_3)=3k-6t$, отсюда квадрат левой части $F(t)=\left[(b-a)(c-b)(a-c)(a+b+c)\right]^2=12\left(kt^3-2t^4\right)$. Вычислив производную $F'(t)=12\left(3kt^2-8t^3\right)=12t^2(3k-8t)$, видим, что $F(t)$ возрастает при $t<\frac{3k}{8}$, убывает при $t>\frac{3k}{8}$ и имеет максимум при $t=\frac{3k}{8}$. Отсюда $F(t) \le F\left(\frac{3k}{8}\right)=\frac{81}{512}k^4$, поэтому при $M=\sqrt{\frac{81}{512}}=\frac{9\sqrt{2}}{32}$ исходное неравенство верно. С другой стороны, при $a=\sqrt{2}-3$, $b=\sqrt{2}$, $c=\sqrt{2}+3$ имеем $k=24$, $t=9=\frac{3k}{8}$, и при $M=\frac{9\sqrt{2}}{32}$ исходное неравенство превращается в равенство.

4 (Т.Образцов). *Ответ*: (0; –2), (0; 2), (4; –23), (4; 23).

Если $x<0$, то $1<1+2^x+2^{2x+1}<1+1+2=4$, поэтому решений нет.

При x = 0, 1, 2 левая часть уравнения равна 4, 11, 37 соответственно. Точный квадрат получается только при x = = 0, что дает пары $(0;\pm 2)$.

Пусть $x \ge 3$. Положим $y \ge 0$ (пары (x,y) и $(x,-y)$ входят в множество решений одновременно). Если $y \le 2^x$, то $y^2 \le 2^{2x}<1+2^x+2^{2x+1}$, если же $y \ge 2^{x+1}$, то $y^2 \ge 2^{2x+2}=2^{2x+1}+2^{2x}+2^{2x}>1+2^x+2^{2x+1}$, поэтому возможно только $2^x<y<2^{x+1}$. Преобразуем уравнение к виду $(y-1)(y+1)=2^x\left(2^{x+1}+1\right)$. Числа $y-1$ и $y+1$ оба четные, причем одно из них не делится на 4, значит, другое делится на 2^{x-1} и не делится на 2^x, т.е. имеет вид $2^{x-1}(2k-1)$ для натурального k. При $k=1$ имеем $2^{x-1}(2k-1)=2^{x-1}<2^x$, а если $k \ge 3$, то $2^{x-1}(2k-1)>4\cdot 2^{x-1}=2^{x+1}$. Но по доказанному $2^x \le y \pm 1 \le 2^{x+1}$, значит, возможно только $k=2$. Остаются две возможности: либо $y-1=3\cdot 2^{x-1}$, либо $y+1=3\cdot 2^{x-1}$. Подставляя в исходное уравнение $y=3\cdot 2^{x-1}\pm 1$, получаем $1+2^x+2^{2x+1}=9\cdot 2^{2x-2}\pm 6\cdot 2^{x-1}+1$, $2^x+2^{2x+1}=8\cdot 2^{2x-2}+2^{2x-2}\pm 3\cdot 2^x$, $2^x=2^{2x-2}\pm 3\cdot 2^x$. В одном случае получаем $2^{2x-2}+2\cdot 2^x=0$, что невозможно, в другом случае $4\cdot 2^x=2^{2x-2}$, $2^{x+2}=2^{2x-2}$, $x+2=2x-2$, $x=4$ и $y=\pm 23$.

5 (П.Затицкий). Нам понадобятся следующие вспомогательные утверждения.

Лемма 1. *Если $T(x)$ – многочлен с целыми коэффициентами, y и z – различные целые числа, то $T(y)-T(z)$ делится на $y-z$.*

Действительно, если $T(x)=a_lx^l+a_{l-1}x^{l-1}+\ldots+a_1x+a_0$, то $T(y)-T(z)=a_l\left(y^l-z^l\right)+a_{l-1}\left(y^{l-1}-z^{l-1}\right)+\ldots+a_1(y-z)$, и каждое из слагаемых делится на $y-z$.

Лемма 2. *Пусть $a_1,a_2,\ldots,a_l$ – различные числа, $l \ge 2$, и пусть $b_1,b_2,\ldots,b_l$ таковы, что для всех $1 \le i<j \le l$ выполнено $\left|a_i-a_j\right|=\left|b_i-b_j\right|$. Тогда найдется такая линейная функция $f(x)=\pm x+c$, что $f(a_i)=b_i$ для всех i = 1, …, l.*

Предположим, что в равенстве $\left|a_i-a_j\right|=\left|b_i-b_j\right|$ для двух пар индексов (r,s) и (s,t) модуль раскрывается с разными знаками, т.е. пусть $a_r-a_s=b_r-b_s$ и $a_s-a_t=b_t-b_s$. Складывая, получаем $a_r-a_t=b_r+b_t-2b_s$. Но $a_r-a_t=\pm(b_r-b_t)$, откуда $b_s=b_r$ или $b_s=b_t$ – противоречие. Из доказанного вытекает, что если $a_1-a_2=b_1-b_2$, то для i = 3, 4, …, l выполнено $a_1-a_i=b_1-b_i$, и, далее, для всех $1 \le i<j \le l$ выполнено $a_i-a_j=b_i-b_j$, значит, можно взять $f(x)=x+(b_1-a_1)$. Если же $a_1-a_2=b_2-b_1$, то для i = 3, 4, …, l выполнено $a_1-a_i=b_i-b_1$, и, далее, для всех $1 \le i<j \le l$ выполнено $a_i-a_j=b_j-b_i$, и можно положить $f(x)=x+(b_1-a_1)$.

Леммы доказаны.

Перейдем к решению задачи. Обозначим $Q_l(x)=P\left(P\left(\ldots P\left(P(x)\right)\ldots\right)\right)$, где P применен l раз. Предположим, что для некоторого k найдутся $n+1$ таких различных целых чисел $t_1,t_2,\ldots,t_{n+1}$, что $Q_k(t_i)=t_i$ для i = 1, 2, …, $n+1$. Согласно лемме 1,

$$t_i-t_j=Q_k(t_i)-Q_k(t_j) \,\vdots\, Q_{k-1}(t_i)-Q_{k-1}(t_j) \,\vdots\, \ldots$$
$$\ldots \,\vdots\, P(t_i)-P(t_j) \,\vdots\, t_i-t_j.$$

Отсюда

$$\left|t_i-t_j\right|=\left|P(t_i)-P(t_j)\right|,$$

значит, по лемме 2, найдется такая линейная функция $f(x)$, что $f(t_i) = P(t_i)$ для всех i = 1, 2, …, n + 1. Но отсюда следует, что многочлен $P(x) - f(x)$ степени n имеет n + 1 корней $t_1, t_2, \ldots t_{n+1}$ – противоречие.

6 (Р.Девятов). В решении будет использовано понятие *суммы Минковского* двух выпуклых многоугольников и *неравенство Брунна–Минковского* (см., например, статью Н.Васильева «Сложение фигур» в «Кванте» № 4 за 1976 г.).

Пусть граница многоугольника P (при обходе против часовой стрелки) составлена из векторов $\overrightarrow{p_1}, \overrightarrow{p_2}, \ldots, \overrightarrow{p_n}$. Допустим, что при проектировании на прямую l_1, перпендикулярную $\overrightarrow{p_1}$, многоугольник P перейдет в отрезок длины h_1. Ясно, что h_1 равно полусумме длин проекций векторов $\overrightarrow{p_1}, \overrightarrow{p_2}, \ldots, \overrightarrow{p_n}$ на прямую l_1 (рис.4) и $\frac{p_1 h_1}{2}$ – площадь, сопоставленная стороне p_1.

Пусть P' – многоугольник, полученный из P центральной симметрией; его граница (при обходе против часовой стрелки) составлена из векторов $\overrightarrow{p_1'} = -\overrightarrow{p_1}$, $\overrightarrow{p_2'} = -\overrightarrow{p_2}$, …, $\overrightarrow{p_n'} = -\overrightarrow{p_n}$. Рассмотрим сумму Минковского Q многоугольников P и P', т.е. многоугольник, граница которого составлена из векторов $\overrightarrow{p_1}, \overrightarrow{p_1'}, \overrightarrow{p_2}, \overrightarrow{p_2'}, \ldots, \overrightarrow{p_n}, \overrightarrow{p_n'}$, взятых в таком порядке, чтобы Q оказался выпуклым. В многоугольнике Q стороне $\overrightarrow{p_1}$ (или стороне $\overrightarrow{p_1'}$) сопоставлена площадь $\frac{p_1 H_1}{2}$, где H_1 равно полусумме длин проекций векторов $\overrightarrow{p_1}, \overrightarrow{p_1'}, \overrightarrow{p_2}, \overrightarrow{p_2'}, \ldots, \overrightarrow{p_n}, \overrightarrow{p_n'}$ на прямую l_1, т.е. $H_1 = 2h_1$. Аналогично рассматривая все стороны, получаем, что сумма $A(P)$ площадей, соответствующих сторонам в многоугольнике P, вчетверо меньше, чем сумма $A(Q)$ площадей, соответствующих сторонам в многоугольнике Q:

$$A(Q) = \frac{p_1H_1}{2} + \frac{p_1'H_1}{2} + \frac{p_2H_2}{2} + \frac{p_2'H_2}{2} + \ldots$$
$$\ldots + \frac{p_nH_n}{2} + \frac{p_n'H_n}{2} = 2p_1h_1 + 2p_2h_2 + \ldots + 2p_nh_n = 4A(P).$$

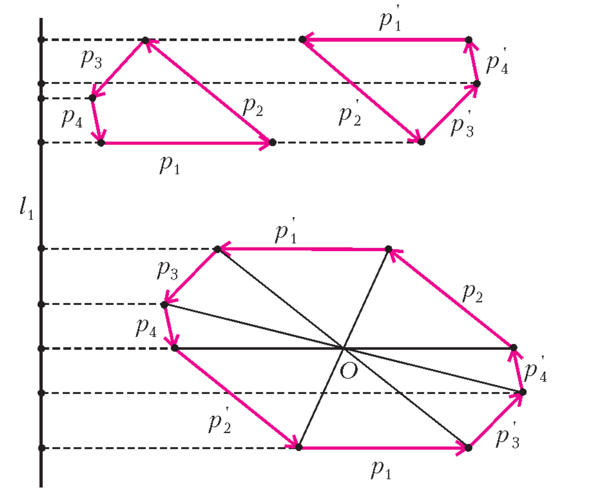

Рис. 4

Многоугольник Q имеет центр симметрии O. Соединив O с вершинами, разобьем Q на треугольники. Из симметрии следует, что высота в треугольнике, отвечающем стороне p_1 (или p_1'), равна $\frac{H_1}{2}$. Складывая площади всех треугольников, получаем, что площадь $S(Q)$ многоугольника Q равна

$$\frac{p_1H_1}{2} + \frac{p_1'H_1}{2} + \frac{p_2H_2}{2} + \frac{p_2'H_2}{2} + \ldots + \frac{p_nH_n}{2} + \frac{p_n'H_n}{2} = \frac{A(Q)}{2}.$$

Для завершения решения достаточно установить, что $S(Q) \geq 4S(P)$. Но это неравенство получается из применения к P и P' неравенства Брунна–Минковского: если два выпуклых многоугольника имеют площади S_1 и S_2, а их сумма Минковского имеет площадь S, то $\sqrt{S} \geq \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}$.

Публикацию подготовили
Н.Агаханов, П.Кожевников, Д.Терёшин

XXXVII Международная физическая олимпиада

Очередная международная олимпиада школьников по физике проходила в Сингапуре с 8 по 17 июля 2006 года. Основные события разворачивались на территории Наньянгского университета, точнее сказать – целого комплекса университетов и колледжей, по площади соответствующего небольшому городу. В олимпиаде участвовали 388 школьников из 85 стран, и еще 3 страны прислали своих представителей.

В сборную России вошли:

Евгений Богер – Киров, ФМЛ (учителя физики: П.Е.Канин – Кировский ФМЛ и М.В.Гырдымов – Центр дополнительного образования «Одаренный школьник»),

Сергей Зоркин – Иркутск, лицей ИрГУ (учитель физики – Э.Г.Аман),

Павел Мостовых – Санкт-Петербург, школа 306 (учителя физики: И.А.Барыгин – ФТИ им. А.Ф.Иоффе и Е.М.Степаненко – школа 306),

Антон Попов – Челябинск, лицей 31 (учитель физики – И.А.Иоголевич),

Александр Киселев – Москва, школа 1189 им. И.В. Курчатова (учитель физики – С.В.Толоконников).

Команду России возглавили профессор МФТИ С.М.Козел и доцент МФТИ В.П.Слободянин. В качестве наблюдателя от России (прибывшего на олимпиаду за счет поддержки спонсоров) присутствовал учитель физики Челябинского лицея 31 И.А.Иоголевич. Как и в предыдущие годы, подготовка сборной команды России проводилась на базе Московского физико-технического института.

Состязающимся на олимпиаде были предложены три теоретических задания, каждое из которых оценивалось в 10 баллов, и одно экспериментальное – 20 баллов. Как теоретические, так и экспериментальное задания были достаточно трудными и громоздкими.

По итогам соревнований золотые медали получили 37