хождения $N(H)$, т.е. общее число нейтронов, достигших $Д$ за единицу времени.

Нейтроны попадают в зазор, имея широкий спектр положительных и отрицательных значений вертикальной составляющей скорости v_z. Оказавшись в зазоре, они летят между зеркалом и поглотителем, которые ограничивают их движение снизу и сверху соответственно.

1) В рамках классической модели определите диапазон вертикальных составляющих скорости $v_z(z)$ нейтронов, которые, влетая в зазор на высоте z, могут достичь детектора $Д$. Предполагается, что L намного больше любой другой характерной длины в задаче. (1,5 б.)

2) В рамках классической модели определите минимальную величину $L_{\min}$, обеспечивающую поглощение поверхностью $П$ всех нейтронов, у которых вертикальные составляющие скорости для каждого значения z лежат вне указанного выше диапазона. Положите $v_x = 10$ м/с и H = 50 мкм. (1,5 б.)

Коэффициент прохождения нейтронов $N(H)$ измеряют детектором $Д$. Следует ожидать, что $N(H)$ монотонно возрастает с увеличением H.

3) В рамках классической модели определите коэффициент прохождения $N_{кл}(H)$, полагая, что нейтроны попадают в зазор с вертикальной составляющей скорости v_z на высоте z, причем все значения v_z и z равновероятны. Ответ запишите в предположении, что число нейтронов, влетающих в зазор за единицу времени в единичном интервале вертикальной скорости v_z и в единичном интервале значений z, остается постоянным и равным ρ. (2,5 б.)

Экспериментальные результаты, полученные Гренобльской группой, расходятся с рассмотренными выше классическими предсказаниями. Они показывают, что значение $N(H)$ испытывает резкие скачки, когда H проходит некоторые критические высоты H_1, H_2 … (рис.8). Другими словами, эксперимент показывает, что вертикальное движение нейтронов, многократно отражающихся от зеркала, квантуется. На языке, который Бор и Зоммерфельд использовали для расчета энергетических уровней атома водорода, это звучит примерно так: действие S этих нейтронов вдоль вертикального направления является величиной, кратной постоянной Планка h. Здесь S задается правилом квантования Бора – Зоммерфельда:

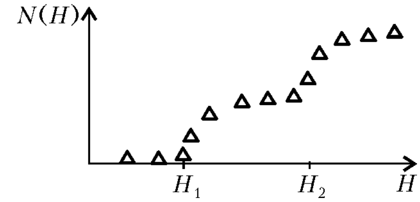


Рис. 8

$$S = \int p_z dz = nh, \quad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,$$

где p_z – вертикальная составляющая импульса, а интеграл охватывает движение между двумя отражениями. Нейтроны только с такими значениями S могут находиться в зазоре.

4) Используя правило квантования Бора – Зоммерфельда, определите максимальные высоты подъема H_n и соответствующие им энергетические уровни E_n, связанные с вертикальным движением. Представьте численный результат для H_1 в мкм, а для E_1 – в эВ. (2 б.)

Изначально однородное на входе распределение нейтронов ρ изменяется во время полета сквозь длинный зазор, превращаясь в ступенчатое распределение, регистрируемое в $Д$ (см. рис.8). С этого момента для простоты рассматривается случай длинного зазора с $H < H_2$. В рамках классической модели все нейтроны с энергиями в интервале, рассмотренном в пункте 1, могли пройти сквозь такой зазор. В рамках квантово-механической модели это могут сделать только нейтроны с энергией E_1. Согласно принципу неопределенности Гейзенберга для энергии и времени, это перераспределение требует некоторого минимального времени полета. Неопределенность энергии вертикального движения будет существенной, если длина полости мала. Это явление приводит к уширению энергетических уровней.

5) Оцените минимальное время полета $t_{\min}$ и минимальную длину $L_{\min}$ полости, необходимые для наблюдения первого скачка числа регистрируемых детектором нейтронов. Положите v_x = 10 м/с. (2 б.)

Публикацию подготовили
С.Козел, В.Слободянин

Московская городская олимпиада студентов по физике

25 мая 2005 года в Московском государственном техническом университете (МГТУ) им. Н.Э.Баумана прошел московский региональный тур Всероссийской олимпиады по физике среди студентов технических вузов. К участию в олимпиаде были приглашены все ведущие технические вузы Москвы. Состав каждой команды – 10 студентов до 3 курса включительно. Командный зачет проводился по 5 лучшим результатам членов команды.

Участникам олимпиады был предложен вариант из 9 задач (в зависимости от сложности, задачи оценивались от 5 до 10 баллов) и разрешалось пользоваться любой литературой.

По результатам олимпиады в командном зачете первое место заняла команда МГТУ им. Н.Э.Баумана (89 баллов), второе место – команда Московского государственного института стали и сплавов (МИСиС) (73 б.), третье место – команда Московского авиационного института (МАИ) (44 б.).

В личном зачете первое место завоевал А.Майстров (МГТУ им. Н.Э.Баумана, 25 б.), второе место – А.Бурцев (МГТУ им. Н.Э.Баумана, 23 б.), третье место – Т.Галимзянов (МИСиС, 22 б.).

ЗАДАЧИ ОЛИМПИАДЫ

1. Точка движется прямолинейно с постоянной скоростью v. Другая точка, скорость которой постоянна по модулю и равна $u > v$, догоняет первую таким образом, что в любой момент времени угол между вектором скорости второй точки и линией, соединяющей обе точки, равен φ и направлен на опережение движения первой точки. В начальный момент времени вторая точка находится на перпендикуляре к траектории первой точки на расстоянии L от нее. Определите отрезок времени τ, через который точки встретятся.

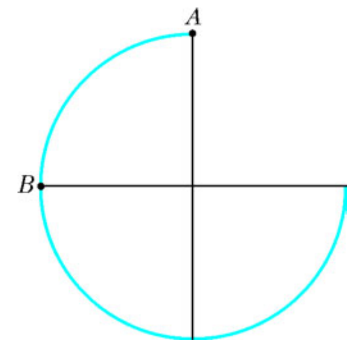
2. Мотоциклист, имея нулевую начальную скорость, разгоняется с максимально возможным ускорением по окружности радиусом R. Ускорение ограничивается коэффициентом трения между шинами и дорогой, равным μ. Определите расстояние, которое пройдет мотоциклист, разогнавшись до скорости, равной половине максимальной.

3. Вокруг массивной планеты массой M по стационарной круговой орбите радиусом R движется астероид массой m со скоростью v. В начальный момент времени на этой же орбите с такой же скоростью движется точно такой же еще один астероид, и расстояние между астероидами равно l ($R \gg l \gg Rm/M$). Определите расстояние между астероидами, когда они за счет сил гравитационного взаимодействия окажутся на одной прямой, проходящей через центр планеты.

4. Обруч радиусом R и массой m висит на гвозде, причем трение между гвоздем и обручем отсутствует. Определите период малых колебаний обруча.

5. В идеальной газовой тепловой машине Карно объем одного киломоля трехатомного газа за цикл изменяется в 8 раз. Определите максимальную работу, которую может совершить данная машина за цикл, если все процессы обратимы, а температура холодильника постоянна и равна $T_х$. Известно также, что $\exp(0,315) = 2(1 - 0,315)$.

6. Сфера радиусом R заряжена равномерно по поверхности с поверхностной плотностью σ и разделена на четыре одинаковые доли. Если одну долю удалить, то потенциал точки A (см. рисунок) будет равен φ_0. Определите работу, которую необходимо совершить над зарядом q, чтобы перенести его из точки A в точку B.



7. Длинная тонкая шина шириной a с током I сложена гармошкой N раз. Расстояние между соседними слоями $d \ll a$. Определите индукцию магнитного поля между слоями 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4 и так далее.

8. Токи в двух кольцах из сверхпроводника, удаленных на большое расстояние друг от друга, равны I_1 и I_2 соответственно. Определите, каким будет ток во втором кольце, если в результате сближения колец ток в первом кольце стал равен I_3, а индуктивности колец известны и равны L_1 и L_2 соответственно.

9. Свет с длиной волны λ и интенсивностью I_0 падает на узкую щель, ширина которой равна диаметру первой зоны Френеля для точки наблюдения. Если первая зона Френеля закрыта стеклянной пластинкой с показателем преломления n и толщиной d, то интенсивность света в точке наблюдения максимальна и равна I_1. Определите интенсивность света в точке наблюдения, когда открыта вся щель.

Публикацию подготовили М.Яковлев, В.Голубев

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

КМШ

Задачи

(см. «Квант» №1)

1. По условию,

$$(10 \cdot А + Х)(10 \cdot Э + Х) = (10 \cdot Х + Э)(10 \cdot Х + А).$$

Раскрыв скобки, получим

$$100 \cdot А \cdot Э + 10 \cdot Х \cdot Э + 10 \cdot А \cdot Х + Х^2 = $$
$$= 100 \cdot Х^2 + 10 \cdot Х \cdot Э + 10 \cdot А \cdot Х + А \cdot Э,$$

или, после упрощения, $99 \cdot А \cdot Э = 99 \cdot Х^2$. Разделив обе части равенства на $99 \cdot Х \cdot Э$, получим требуемое.

2. За 6 часов с момента начала боя часовая стрелка пройдет половину циферблата и окажется между 16 и 17 часами, а минутная обойдет циферблат 6 раз, поэтому угол между стрелками изменится на $180°$, и они совпадут. Но между 16 и 17 часами часовая и минутная стрелки не могут совпасть дважды. Значит, это и есть момент окончания боя, и бой длился ровно 6 часов.

3. Заметим, что $2^2 + 3^3 + 1^4 = 2^5$. Пользуясь тем, что сумма двух одинаковых степеней двойки равна следующей степени: $2^n + 2^n = 2 \cdot 2^n = 2^{n+1}$, из предыдущего равенства последовательно будем получать

$$2^2 + 3^3 + 1^4 + 2^5 = 2^6,$$
$$2^2 + 3^3 + 1^4 + 2^5 + 2^6 = 2^7,$$
$$2^2 + 3^3 + 1^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 = 2^8,$$
$$2^2 + 3^3 + 1^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 = 2^9,$$
$$2^2 + 3^3 + 1^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 = 2^{10}.$$

Значит, можно взять такие числа, удовлетворяющие условию задачи:

$$p = 2, \quad q = 3, \quad r = 1, \quad s = t = u = v = w = x = 2.$$

4. Нет. Возьмем, например, два равнобедренных треугольника со сторонами 4, 4, 2 и 5, 3, 3. Они удовлетворяют условию задачи, потому что 4 + 4 = 5 + 3 и 4 + 2 = 3 + 3.

5. Чудак прав. Если бы, например, в роще было меньше 100 дубов, то *не дубов* оказалось бы больше 200, что противоречит условию.

Конкурс «Математика 6–8»

(см. «Квант» № 5 за 2005 г.)

6. Можно.

7. Да, можно. Пусть наибольший общий делитель (НОД) числителя и знаменателя дроби $\dfrac{A+2B}{A-2B}$ равен $d > 1$. Тогда

$$d = \text{НОД}\big((A+2B)-(A-2B);\ A-2B\big) = \text{НОД}(4B;\ A-2B).$$

Если d нечетно, то d – делитель числа B, а следовательно, и числа A. Если d четно, то A – четное число. В этом случае проведем такие же рассуждения для второй дроби. В итоге получим, что либо числа A и B не взаимно просты, либо B – четно. Но если A и B четные, то дробь $\dfrac{A}{B}$ – сократима.

8. Распрямим траекторию луча, представив, что он проходит сквозь стенки квадрата и идет по прямой SF (рис.1). Для этого отразим исходный квадрат симметрично относительно его стенок достаточное число раз, тогда S – начальный, а F – конечный узел квадратной сет-

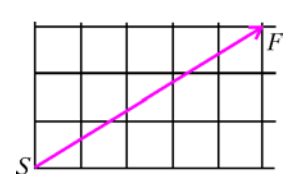


Рис. 1