

щего воздуха, чтобы углекислый газ поднимался по трубе и выходил через верхнее отверстие.

5. На наклонной доске покоится тело. Оно не сползает, даже если заметно покачивать доску при неизменном ее наклоне. Однако при постукивании по доске сбоку тело сползает без сколь-нибудь заметных смещений доски. Объясните явление.

Публикацию подготовили И.Воробьев, Г.Меледин, Б.Шварц, Т.Рыбичская

Российский государственный педагогический университет им. А.И.Герцена

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

(факультеты математики, физики, информационных технологий, технологии и предпринимательства)

Вариант 1

1. Решите неравенство $\frac{\sqrt{9-x^2}}{x+1} > 0$.

2. Найдите решения уравнения $\cos(\pi - 2x) = 1 - \sin^2 2x$.

3. Длины сторон треугольника 3, 5 и 7. Определите радиус окружности, описанной около треугольника.

4. При каких значениях x числа 32^x , 6^{x^2+1} , 3^{5x} являются последовательными членами геометрической прогрессии?

5. Найдите решения неравенства $\log_2 x - \log_x 2 \geq \frac{3}{2}$.

6. Найдите двузначное число, если произведение его цифр равно 28, а его сумма с числом, записанным этими же цифрами, но в обратном порядке, равна 121.

7. Вычислите $\operatorname{tg}^2\left(\frac{1}{2} \arcsin \frac{3}{5}\right)$.

8. Один из корней уравнения $x^3 + ax^2 - 7x + 6 = 0$ равен 1. Вычислите два других корня.

9. Полная поверхность правильной четырехугольной пирамиды равна S , плоский угол боковой грани при вершине равен α . Найдите объем пирамиды.

Вариант 2

1. Решите неравенство $\frac{1}{x+2} \leq \frac{2}{x+5}$.

2. Найдите решения уравнения $\sin 2x + 2 \cos x = 0$ из промежутка $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

3. В треугольнике, площадь которого равна 8, стороны $AC = b = 5$, $AB = c = 4$. Найдите длину третьей стороны ($\angle A < 90^\circ$).

4. Решите уравнение $2\sqrt{x+1} = 3\sqrt[4]{x+1} + 77$.

5. Найдите область определения функции

$$f(x) = \sqrt[6]{2^x + 2^{|x|} - 2\sqrt{2}}.$$

6. Вычислите $\cos(2 \operatorname{arctg}(\sqrt{2} + 1))$.

7. Сколько граммов чистого спирта надо добавить к 735 г 16%-го раствора йода в спирте, чтобы получить 10%-й раствор?

8. Сколько решений в зависимости от параметра a имеет уравнение

$$a - ||x - 2| - 2| = 0 ?$$

9. Основанием пирамиды служит прямоугольник. Из боковых граней две перпендикулярны к плоскости основания, а две другие образуют с ней углы α и β . Высота пирамиды равна H . Определите объем пирамиды.

Публикацию подготовили Г.Хамов, Т.Свенцицкая, О.Корсакова

Российский государственный технологический университет им. К.Э.Циолковского (МАТИ)

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Найдите наименьший корень уравнения

$$|x + 2| = \sqrt{20 - 2x}.$$

2. Решите уравнение

$$\log_5(2x - 1) \log_{x+1} 5 = 1.$$

3. Найдите сумму корней уравнения

$$\sin x = -\cos x,$$

принадлежащих промежутку $\left(\frac{\pi}{4}; \pi\right)$.

4. Найдите количество целочисленных решений системы неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 1 \geq 0, \\ |x - 1| \leq 4. \end{cases}$$

5. Решите уравнение

$$5^{1+\sin x + \sin^2 x + \dots} = 25.$$

6. Для решения (x, y, z) системы уравнений

$$\begin{cases} xy = 2, \\ xz = -3, \\ yz = -6 \end{cases}$$

найдите значение $x^2 + y^2 + z^2$.

7. Решите уравнение

$$\log_4 \sin^2 x - \log_{\sin x} 64 = \log_{\sqrt{2}} 4 + 1.$$

8. Вычислите

$$\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{2 \cos \alpha + 1}$$

при $\alpha = \frac{\pi}{12}$.

9. На стороне AC треугольника ABC выбрана точка D так, что $AD : DC = 1 : 2$. Найдите $\angle BDC$, если $AB = 5$, $BC = 7$ и $AC = 6$.

10. При каких значениях параметра k уравнение

$$(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) = -k^2 - k$$

имеет 2 решения?

Вариант 2

1. Найдите наибольший корень уравнения

$$|x - 2| = \sqrt{5x - 4}.$$

2. Решите уравнение

$$\log_2(3x - 2) \log_{2x+3} 2 = 1.$$