

Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы завершаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 119296 Москва, Ленинский проспект, 64–А, «Квант» (с пометкой «Конкурс «Математика 6–8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

Как и прежде, мы приветствуем участие в конкурсе не только отдельных школьников, но и математических кружков. Руководителей кружков просим указать электронный адрес или контактный телефон. По традиции, кружки-победители заочного конкурса приглашаются на финальный очный турнир.

16. При каких натуральных $n > 2$ можно записать в одну строку числа от 1 до n так, чтобы среди любых трех чисел, записанных подряд, одно из них было не меньше суммы двух других?

И.Акулич

17. Найдите все натуральные степени простых чисел, представимые в виде суммы двух кубов натуральных чисел.

В.Сендеров

18. Точку D , лежащую внутри остроугольного треугольника ABC , отразили симметрично относительно трех его сторон AB , BC , CA . Оказалось, что соответствующие три новые точки C_1, A_1, B_1 лежат на окружности, описанной вокруг треугольника ABC . Затем на чертеже оставили точки A_1, B_1, C_1 , а все остальное стерли. Восстановите треугольник ABC по этим трем точкам.

С.Дворянинов

19. Числовая последовательность f_0, f_1, f_2, \dots строится следующим образом:

$$f_0 = 0, \quad f_{n+1} = \frac{3f_n + \sqrt{5f_n^2 + 4}}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Докажите, что все числа этой последовательности — целые.

В.Лецко

20. Натуральные числа x и y таковы, что $xy + 1$ является квадратом целого числа. Докажите, что найдется натуральное число z такое, что числа $yz + 1$, $zx + 1$, а также число $xy + yz + zx + 1$ являются квадратами целых чисел.

В.Произволов

Призрак Леонардо

И. АКУЛИЧ

Пусть тот, кто не математик, не читает меня.

Леонардо да Винчи. Научная проза

ПОЛТЫСЯЧЕЛЕТИЯ ОТДЕЛЯЕТ НАС ОТ ВЕЛИКОГО ЛЕОНАРДО да Винчи, но человечество и по сей день неустанно ищет ответ на вопрос: кто же он был такой? Художник? Изобретатель? Философ? Гений, намного опередивший свое время, или вообще посланник инопланетного разума?

Свидетельствами неувядающего интереса к этому титану эпохи Возрождения являются наделавшая много шума книга (а затем и фильм) «Код да Винчи», а также увлекательная компьютерная игра¹. Она прямо-

¹ См., например, www.1980-games.com/us/reflexion-games/reflexion-others/026.php или www.1980-games.com/us/reflexion-games/reflexion-others/debout.php

таки насыщена задачами, головоломками и прочими затруднениями, что делает ее чрезвычайно трудной, но и весьма интересной.

Одна из задач этой игры и явилась отправной точкой истории, которую мы сейчас изложим. Итак, дан клетчатый квадрат размером 5×5 клеток, каждая клетка которого может быть либо белой, либо черной (первоначально все клетки белые, хотя это и несущественно). Разрешается выбрать любую клетку и одновременно перекрасить в противоположный цвет ее саму и все клетки, имеющие с ней общую сторону (мы их будем называть соседями). Требуется за несколько таких операций перекрасить все клетки квадрата в противоположный цвет.

Трудно сказать, приложил ли руку к этой задаче сам Леонардо да Винчи, но вполне возможно, что да. Во