

На лифте в... заоблачные дали

П.БЕНОМАР, А.БУРОВ

ОБ ОДНОМ НАБЛЮДАТЕЛЕ. ЖИЛ ДА БЫЛ НА ЭКВАТОРЕ один Наблюдатель. И любил он наблюдать за небом, вернее за спутниками, совершающими движение в экваториальной плоскости. Особенно нравились ему те спутники, которые двигались по круговым орбитам по ходу вращения Земли. Из них выделялся один, положение которого не менялось, – он как бы зависал над одной точкой экватора и висел там сутки напролет. Наблюдатель знал, что именно поэтому такой спутник называется суточным – угловая скорость его орбитального движения равняется угловой скорости Ω вращения Земли. Из физики наблюдателю было известно, что в таком относительном равновесии, т.е. в равновесии относительно вращающейся Земли, спутник находится потому, что именно на этой орбите радиусом R уравновешиваются центробежная сила инерции $F_{ц} = m\Omega^2 R$, стремящаяся отбросить спутник подальше от оси вращения Земли, и сила земного тяготения $F_T = \frac{GmM}{R^2}$, ласково притягивающая его к центру Земли (здесь G – гравитационная постоянная, а M – масса Земли). Из уравнения

$$m\Omega^2 R - \frac{GmM}{R^2} = 0$$

нашему Наблюдателю удалось найти, что радиус орбиты суточного спутника, иначе называемой геостационарной орбитой, равен

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM}{\Omega^2}}$$

и составляет приблизительно 42000 км. Много это или мало – трудно сказать, но наш Наблюдатель понимал, что с уравнением движения тесно связан третий закон Кеплера

$$\omega^2 r^3 = GM,$$

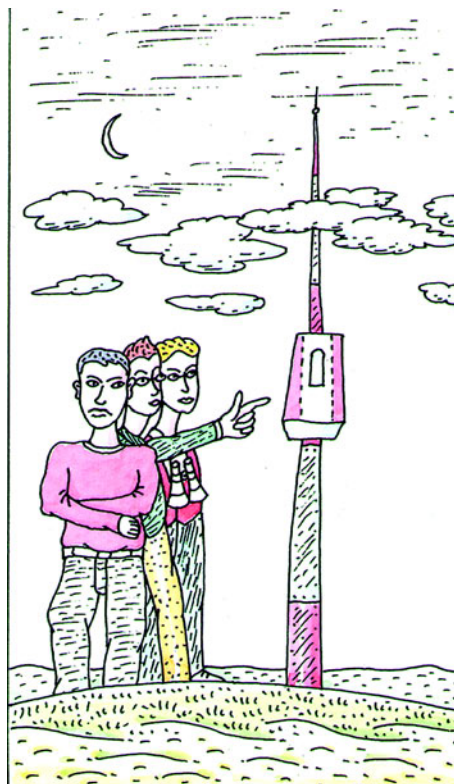
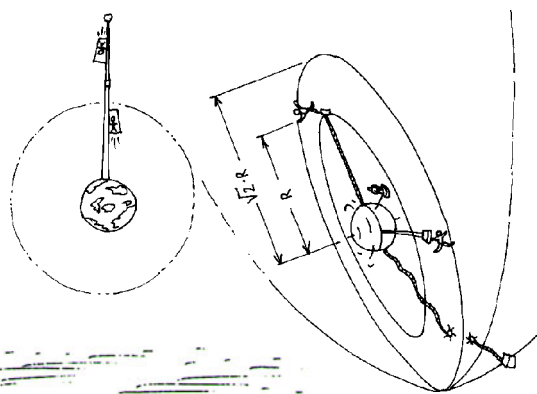
где ω и r – орбитальная угловая скорость и радиус орбиты спутника соответственно. И именно согласно этому закону спутники, «обгонявшие» Землю в ее вращении, летали по орбитам более низким, чем орбита суточного спутника. Спутники же, «отстававшие» от вращения Земли, летали по более высоким, чем геостационарная, орбитам.

Об одном Мечтателе. У нашего Наблюдателя был друг, Мечтатель, который был в курсе всех этих наблюдений. «Эх, – говорил он, – как-то зря висит этот самый суточный спутник. Приставить бы к нему лестницу да и доставлять по ней в космос всякие грузы. И никаких тебе ракет не надо». «Что ты! – отвечал ему наблюдатель. – Ты представь себе, сколько эта лестница будет весить». «Ну, так надо сделать ее покороче», – не унимался Мечтатель. «Сам посуди, – отвечал ему Наблюдатель. – Мысленно поместим наш спутник пониже геостационарной орбиты. Тогда при заданной угловой скорости Ω центробежная сила инерции уменьшит-

ся, так как она пропорциональна расстоянию до оси вращения, а сила тяготения увеличится, поскольку она обратно пропорциональна квадрату расстояния до центра Земли. Чтобы компенсировать эту разницу, придется приставить подпорку. Да и было уже все это – вспомни Библейскую историю про Вавилонскую башню». «Погоди, погоди! Ну а тогда давай разместим наш спутник за геостационарной орбитой. Ведь там центробежная сила инерции по тем же причинам превосходит силу притяжения Земли, и, чтобы скомпенсировать их разницу, будет нужна не подпорка, а растяжка, которая будет тянуть спутник к Земле. Натянем такой трос или несколько таких тросов, и пусть по ним ползают лифты, таскают грузы туда и обратно. А что касается материалов, то говорят, что специалисты по нанотехнологиям создали из углерода алмазную нить – этакий гибкий бриллиант, удивительно легкий и прочный. Осталось научиться плести из таких ниток веревки, и дело будет сделано!»

И оба умолкли, мысленно созерцая блистающую бриллиантовую дорожку, идущую в заоблачные выси.

Об одном Скептике. «Ну вот, размечтались тут!» – раздался голос третьего. Этот третий был хорошо известен и Наблюдателю и Мечтателю своим скептическим взглядом на вещи. «Подумайте сами, вот протянете вы веревку в космос



за геостационарную орбиту, т.е. тысяч на сорок километров, а она, не дай Бог, по каким-нибудь причинам обмотается вокруг земного экватора да нам всем головы и снесет. Ведь длина экватора – как раз сорок тысяч километров. Да и сколько времени потребуется, чтобы поднять ваш груз на орбиту. Пусть даже лифт будет ехать со скоростью 10 метров в секунду. Ну и доберетесь вы до своего космоса за тысячу с лишним часов, т.е., считай, за два месяца. Я уж не говорю о том, что делать, если такой лифт застрянет – вы оба, вероятно, в лифтах никогда не застревали. А так застрянешь на высоте, куда самолеты уже не летают, а спутники еще не летают. И что делать?» «Ладно тебе! – накинулись на него Наблюдатель и Мечтатель. – Думать надо, что делать, а не паниковать заранее». «Думай – не думай, а против физики не попрешь.

Давайте посчитаем, что будет, если наша кабина с грузом сорвется с троса или, не дай Бог, трос порвется и перестанет удерживать конечную станцию. Всюду далее будем считать, что трос невесом. Воспользуемся законом сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = \frac{mv_{\text{отр}}^2}{2} - \frac{GMm}{r_{\text{отр}}},$$

где в правой части значения скорости и радиуса рассматриваются в момент отрыва. Если величина в правой части положительна, то при $r \rightarrow \infty$ наша кабина или конечная станция сможет удалиться в бесконечность с ненулевой скоростью, т.е. улетит по гиперболической орбите и будет потеряна навсегда. Так как в нашем случае $v = \Omega r$, то условие положительности после деления на положительную массу m запишется в виде

$$\frac{\Omega^2 r^2}{2} - \frac{CM}{r} > 0.$$

Выражая отсюда критическое значение для радиуса, получим

$$R_{\text{крит}} = \sqrt[3]{\frac{2GM}{\Omega^2}} = \sqrt[3]{2}R,$$

а $\sqrt[3]{2} \approx 1,259921050$ – это не так и много, т.е. протягивать трос почти за 54000 км опасно из-за риска улета в «прекрасное далеко».

При $r > R_{\text{крит}}$ орбита будет гиперболической, т.е. наша кабина прилетит на бесконечность с ненулевой скоростью. При $r = R_{\text{крит}}$ орбита будет параболической, т.е. наша кабина прибудет на бесконечность с нулевой скоростью. При $R < r < R_{\text{крит}}$ орбита окажется эллиптической, причем точка срыва будет ее *перигеем*, т.е. самой ближней к Земле точкой. При $r < R$ орбита тоже будет эллиптической, но точка срыва будет *апогеем*, т.е. наиболее удаленной от Земли точкой. И именно по такой орбите будет «падать» кабина лифта, сорвавшегося с троса ниже геостационарной орбиты.

И вот еще какое дело. Когда я роняю что-нибудь из рук, то, как правило, это что-то падает мне на ноги, не доставляя больших хлопот окружающим. Спрашивается, что будет с кабиной, если она вдруг отцепится от троса. Понятно, что если высота, на которой она отцепится, будет невелика, то кабина упадет на голову незадачливому разработчику. Для больших высот это будет не так.

Вспомним второй закон Кеплера, согласно которому за равные промежутки времени радиус-вектор летящего тела за равные промежутки времени заметает равные площади, или скорость изменения заметаемой площади не меняется во времени:

$$r^2 \theta' = r_{\text{отр}}^2 \theta'_{\text{отр}},$$

где θ' и $\theta'_{\text{отр}}$ – соответствующие угловые орбитальные скорости. Попробуем с помощью этого закона и закона сохранения энергии понять, как полетит отцепившаяся кабина. А полетит она по эллипсу, отцепившись в его апогее. Для нас было бы хорошо, если бы в перигее этого эллипса она не задела Землю. В точках апогея и перигея вектор скорости кабины перпендикулярен ее радиусу-вектору, отчего в этих точках $v = r\theta'$. Тогда если ρ – радиус Земли, а ω_a – орбитальная угловая скорость в апогее, то в силу закона сохранения энергии и второго закона Кеплера для критического случая касания Земли имеем

$$\frac{m\omega_a^2 \rho^2}{2} - \frac{GMm}{\rho} = \frac{m\Omega^2 r^2}{2} - \frac{GMm}{r},$$

$$\rho^2 \omega_a = r^2 \Omega.$$

Выражая из второго соотношения ω_a и подставляя в первое, после сокращений получим уравнение относительно r :

$$\frac{\Omega^2 r^4}{2\rho^2} - \frac{GM}{\rho} = \frac{\Omega^2 r^2}{2} - \frac{GM}{r}.$$

Это уравнение приводится к виду

$$(r - \rho)(\Omega^2 r^3 (r + \rho) - 2GM\rho) = 0$$

и помимо очевидного решения $r = \rho$, соответствующего прохождению через апогей, имеет и другое, составляющее в нашем случае величину порядка 30000 км. Иными словами, лишь удалив кабину от центра Земли на такое расстояние, можно быть спокойным, что она, отцепившись, не упадет на голову какому-нибудь экваториальному жителю, например сингапурцу».

И друзья вновь погрузились в молчание.

Вместо эпилога. А пока они молчат, мы вспомним, что восходящая к Циолковскому идея орбитального лифта получила свое продолжение после появившейся на заре космической эпохи статьи ленинградского инженера Ю.Арцутанова «В космос – на электровозе» («Комсомольская правда», 31 июля 1960 г.). В ее популяризации несомненную роль сыграли и «Фонтаны рая» Артура Кларка. Но все это так бы и оставалось несбыточной мечтой, если бы не нанотехнологии, подавшие надежду на создание сверхлегких и сверхпрочных материалов. Поговаривают о том, что за океаном начато финансирование тридцатилетней программы по развешиванию орбитального лифта – см., например, сайт: <http://www.isr.us/spacelevatorconference/>.

Но, как бы то ни было, не стоит забывать печального опыта предков (Бытие, глава 11):

«1 На всей земле был один язык и одно наречие. 2 Двинувшись с востока, они нашли в земле Сеннаар равнину и поселились там. 3 И сказали друг другу: наделаем кирпичей и обожжем огнем. И стали у них кирпичи вместо камней, а земляная смола вместо извести. 4 И сказали они: построим себе город и башню, высоту до небес, и сделаем себе имя, прежде нежели расеемся по лицу всей земли. 5 И сошел Господь посмотреть город и башню, которые строили сыны человеческие. 6 И сказал Господь: вот, один народ, и один у всех язык; и вот что начали они делать, и не отстанут они от того, что задумали делать; 7 сойдем же и смешаем там язык их, так чтобы один не понимал речи другого. 8 И рассеял их Господь оттуда по всей земле; и они перестали строить город. 9 Посему дано ему имя: Вавилон, ибо там смешал Господь язык всей земли, и оттуда рассеял их Господь по всей земле».