

## §21. Движение частицы в поле

Две группы учащихся предложили разные задачи про движение электрического заряда в электрическом поле.

**Задача группы А.** Наэлектризованное перышко массой  $m = 1$  мг несет на себе заряд  $q = 2 \cdot 10^{-11}$  Кл. В тот момент, когда пушинка двигалась вертикально вверх со скоростью  $v = 20$  см/с, снизу поднесли шарик с зарядом  $Q = -5 \cdot 10^{-8}$  Кл. На какое расстояние от шарика сможет улететь пушинка, и сколько времени она будет удаляться от шарика?

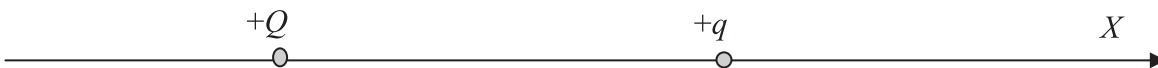
**Задача группы Б.** В тот момент, когда частица массой  $m = 10$  г с зарядом  $q = 100$  мкКл двигалась горизонтально со скоростью  $v = 6$  м/с, включили тормозящее электрическое поле с напряженностью  $E = 200$  Н/Кл. Через сколько времени поле начнет ускорять частицу? Какое расстояние по горизонтали пройдет частица за это время?

Наметьте план решения каждой задачи.

Какая из этих задач, на ваш взгляд, ближе по способу решения к задаче из §11: «Теннисный мяч бросили вертикально вверх со скоростью 10 м/с. На какой высоте он окажется через 3 с»?

Рассмотрим задачу, аналогичную той, которую предложила группа А.

**Задача.** Точечный источник поля с зарядом  $Q = +100$  мкКл и массой  $M = 1$  кг закреплен в начале координат. В начальный момент времени частица с зарядом  $q = +160$  мкКл и массой  $m = 100$  г покоится в точке с координатой 12 м. Частица может свободно перемещаться вдоль оси  $X$ , не испытывая сопротивления своему движению. Описать движение частицы.



В чем вы видите основную трудность этой задачи?

Рассчитайте гравитационную силу взаимодействия точек и силу их электрического взаимодействия. Найдите ускорение, с которым начинает движение частица.

В результате расчетов мы пришли к выводу, что гравитационной силой притяжения частиц можно пренебречь по сравнению с их электрическим взаимодействием. Предположим также, что описанный процесс происходит вне поля тяжести Земли или других массивных тел. Итак, будем считать, что частица движется только под действием электрической (кулоновской) силы. Расчеты показывают, что в первый момент времени ( $t = 0$ ), когда частица находится в точке с координатой 12 м, ее ускорение равно  $10$  м/с<sup>2</sup>. При увеличении расстояния в два раза сила уменьшается в четыре раза, ускорение становится равным  $2,5$  м/с<sup>2</sup>. При увеличении расстояния в десять раз, ускорение уменьшается до  $1$  см/с<sup>2</sup>.

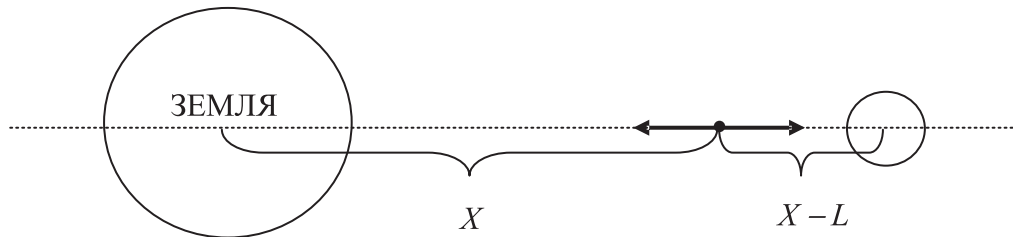
Изобразите графически зависимости  $(F, x)$  и  $(a, x)$ , выбрав удобный масштаб. Найдите графически координату, в которой  $F = 0,8$  Н; ускорение на расстоянии 26 м от начала координат. Покажите графический способ нахождения ускорения  $a_1$  в точке, в которой на частицу действует некоторая сила  $F_1$ .



Ученики работали над проектом «Оценить скорость, с которой надо было запустить снаряд героям Жюль Верна, чтобы он достиг Луны». Познакомьтесь с некоторыми материалами ребят. Знал ли Жюль Верн значение второй космической скорости?

Оценивая скорость снаряда, мы посчитали возможным не учитывать вращение Земли и Луны, рассматривали их как неподвижные планеты. Мы воспользовались приближенными значениями параметров: масса Земли  $M_3 \approx 100M_{\text{л}}$ ; наименьшее расстояние от Земли до Луны  $L \approx 356\,000$  км; ускорение свободного падения  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>; радиус Земли  $R_3 \approx 6400$  км.

Мы исходили из того, что снаряд надо выпускать тогда, когда расстояние между Землей и Луной наименьшее. Скорость снаряда должна дать ему возможность долететь до точки, где притяжение Земли и Луны сравнивается – в этом случае Луна «захватывает» снаряд и притягивает к себе (см. рис.).



Используя закон всемирного тяготения, можно записать:

$$G \frac{M_3 m}{X^2} = G \frac{M_{\text{л}} m}{(L - X)^2} \Rightarrow \frac{X^2}{(L - X)^2} = \frac{M_3}{M_{\text{л}}} \approx 100 \Rightarrow \frac{X}{L - X} \approx 10 \Rightarrow 11X \approx 10L \Rightarrow X \approx 324000 \text{ (км)}$$

Воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии. Пусть снаряд стартует с поверхности Земли со скоростью  $V$ . Вся его кинетическая энергия пойдет на совершение работы против силы притяжения Земли, и на расстоянии  $X - R_3$  от поверхности Земли ракета остановится. Большого запаса кинетической энергии не требуется, т.к. дальше ракету уже притянет к себе Луна.

$$\frac{mV^2}{2} = mg(X - R_3) \Rightarrow V = \sqrt{2g(X - R_3)} \approx \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 318000000} \approx 8 \cdot 10^4 \text{ (м/с)} = 80 \text{ (км/с)}$$

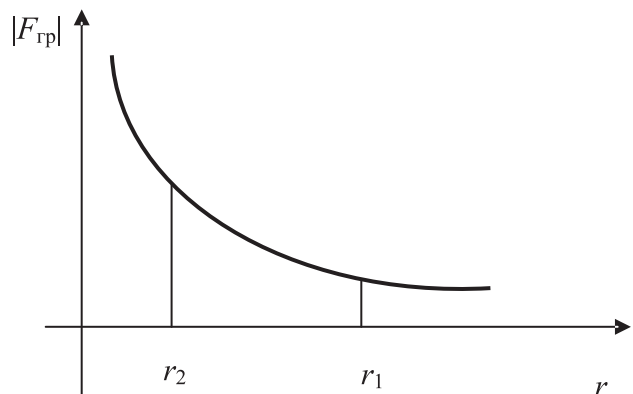


Согласны ли вы с работой ребят? Устраивает ли вас полученный ответ? Если нет – предложите свое решение.

Прочитайте продолжение отчета учеников и попытайтесь ответить на вопрос, который у них возник.

После получения ответа мы обратились к справочникам. Мы нашли такое определение: «Вторая космическая скорость (скорость освобождения) – наименьшая начальная скорость, которую нужно сообщить телу для того, чтобы оно смогло покинуть планету. Для Земли вторая космическая скорость примерно равна 11,2 км/с». Полученная нами скорость больше примерно в семь раз! И это притом, что мы учли притяжение Луны! Мы задались вопросом: в чем наша ошибка?

Изобразим график зависимости величины гравитационной силы от расстояния до источника поля.



Заирихуйте фигуру, площадь которой численно равна работе  $A_{\text{сп } 1 \rightarrow 2}$ . Показите фигуру, площадь которой равна  $F_{\text{гр}} \cdot (r_1 - r_2)$ . Объясните, почему  $A_{\text{гр}} \neq F_{\text{гр}} \cdot (r_1 - r_2)$ .

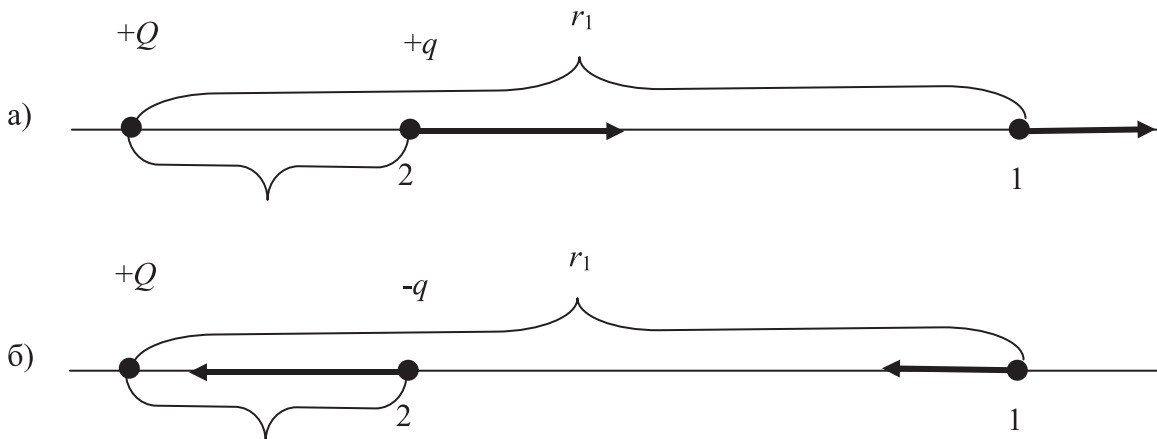


Методами высшей математики эта площадь была вычислена. В результате получилась следующая формула:

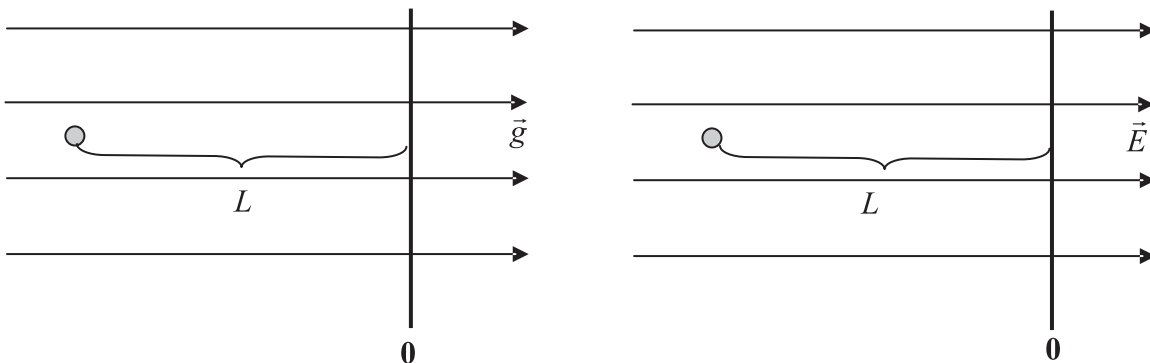
$$A_{\text{гр } 1 \rightarrow 2} = -G \frac{Mm}{r_1} + G \frac{Mm}{r_2}$$

Воспользуйтесь этим результатом и покажите, что потенциальная энергия взаимодействия двух массивных точек равна:  $W_{\text{п}} = -G \frac{m_1 m_2}{r}$ . Подумайте, почему она имеет отрицательное значение. Где потенциальная энергия взаимодействия будет равна нулю? Постройте качественно графики потенциальной, кинетической и полной энергии для снаряда Жюль Верна (можете упростить задачу и считать, что снаряд находился только в гравитационном поле Земли). Докажите, что вторая космическая скорость для планеты равна  $\sqrt{2g_{\text{пл}} R_{\text{пл}}}$ .

Положительный заряд  $Q$  закреплен в начале координат. В созданном им электрическом поле из точки 1 в точку 2 перемещается: а) положительный пробный заряд  $q$ ; б) отрицательный пробный заряд  $q$ . Найдите работу, которую совершает электрическая сила в обоих случаях. Постройте примерный график  $(F, r)$ , покажите на нем работу  $A_{\text{эл } 1 \rightarrow 2}$ . Запишите формулу для потенциальной энергии заряда в электрическом поле.



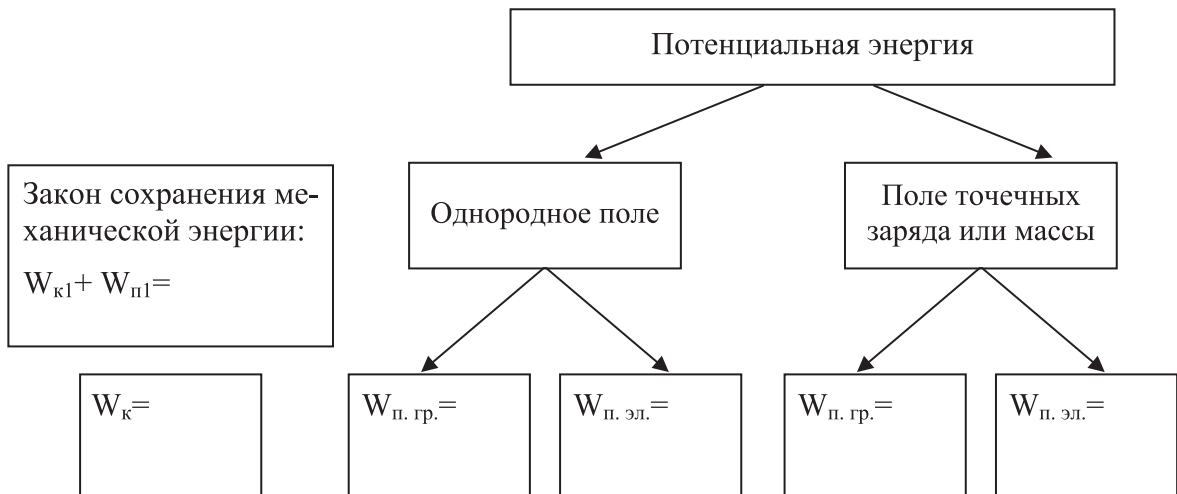
Воспользуйтесь аналогией между гравитационным и электрическим полями и напишите формулы: а) для потенциальной энергии массивной точки  $m$ , которая вдали от источников электрических полей попала в однородное гравитационное поле напряженностью  $g$ ; б) для потенциальной энергии точечного заряда  $q$ , который вдали от источников гравитации попал в однородное электрическое поле напряженностью  $E$ . На рисунках показан нулевой уровень отсчета потенциальной энергии.





Предположите вид траектории частицы при движении в разных полях.

Запишите формулы-помощники и решите задачи:



- В удаленной точке от источника электрического поля частица с зарядом  $-4$  мкКл и массой  $2$  г имела скорость  $10$  м/с. Найти знак и величину заряда источника поля, если известно, что частица остановилась на расстоянии  $5$  м. Построить графики зависимости кинетической, потенциальной и полной энергии частицы от расстояния до источника.
- Маленький шарик массой  $m = 1$  г, которому сообщили заряд  $q_1 = 0,15$  мкКл, брошен издали со скоростью  $v = 1$  м/с в сферу, заряженную зарядом  $q_2 = 0,3$  мкКл. При каком минимальном значении радиуса сферы шарик достигнет ее поверхности?
- Найти вторую космическую скорость для Луны.
- Электрон движется по направлению силовых линий однородного поля, напряженность которого  $E = 120$  Н/Кл. Какое расстояние он пролетит до полной остановки, если его начальная скорость  $v = 1$  Мм/с? Сколько времени электрон будет двигаться до остановки?
- Тело брошено под углом к горизонту со скоростью  $v$ . Пользуясь законом сохранения механической энергии, определить скорость тела на высоте  $h$  над горизонтом.
- Решить предыдущую задачу для планеты радиусом  $R$ , на которой вторая космическая скорость равна  $V$ .
- Заряды  $0,15$  мкКл и  $3,0$  нКл находятся на расстоянии  $10$  см друг от друга. Какова потенциальная энергия этой системы? Какую работу совершат силы поля, если второй заряд, отталкиваясь от первого, удалится от него на расстояние  $10$  м?
- Электрон, летевший горизонтально со скоростью  $v_0 = 16$  Мм/с, попал в однородное электрическое поле с напряженностью  $E = 90$  Н/Кл, направленное вертикально вверх. Какова будет скорость электрона через время  $t = 1$  нс?
- Частица массой  $m = 10$  г и зарядом  $q = 1$  мкКл оторвалась от поверхности шара радиусом  $R = 100$  м с зарядом  $Q = 20$  мкКл и массой  $M = 5 \cdot 10^{11}$  кг. Оцените скорость частицы на бесконечном удалении от шара.