

# Угол падения равен...

**А. СТАСЕНКО**

... Стоит лишь вынести нам под открытое  
звездное небо  
Полный водою сосуд, как сейчас же в нем отразятся  
Звезды небес и лучи засверкают на глади  
зеркальной.  
Лукреций. О природе вещей

**Н**У КТО ЖЕ НЕ ЗНАЕТ, ЧЕМУ РАВЕН УГОЛ ПАДЕНИЯ, – конечно, углу отражения. А еще кое-что известно и о преломлении света. Вспомним построение лучей, которое предложил Христиан Гюйгенс – голландский физик, механик, математик и астроном.

Пусть на плоскую границу двух сред, например воздуха, падают параллельные лучи света под углом  $\alpha$  (рис.1) и луч  $a$  достигает границы в момент времени  $t = 0$  в точке  $A$ . Участок фронта падающей волны (плоскость, перпендикулярная лучам) обозначим  $AC$ . Чтобы достигнуть поверхности раздела в точке  $B$ , луч  $b$  должен пройти путь  $CB$  за время

$t = \frac{CB}{v_1}$ , где  $v_1$  – скорость света в первой среде...

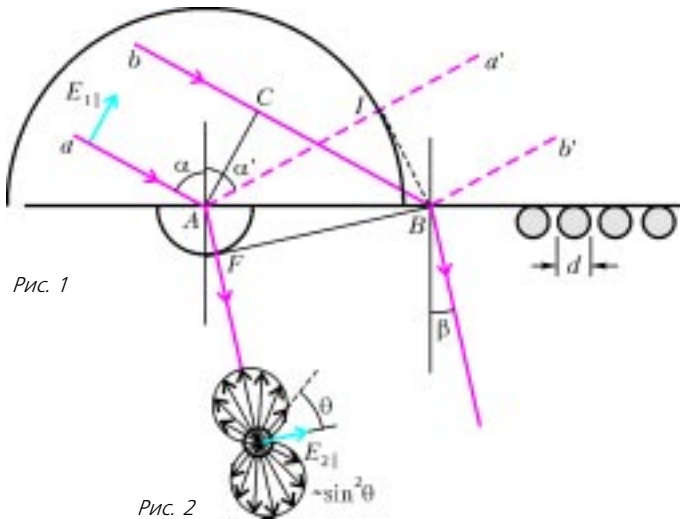


Рис. 1

Рис. 2

И тут Гюйгенс ввел очень плодотворное понятие. Он предложил каждую точку поверхности раздела, до которой дошел падающий луч, т.е. первичная волна, считать источником сферической *вторичной волны*. Значит, пока луч  $b$  добирался до поверхности, точка  $A$  излучала вторичные волны – конечно, и в первую, и во вторую среду. Но скорости этой вторичной волны в двух средах различны – пусть, например,  $v_1 > v_2$ , как это имеет место в случае пары воздух–вода. А именно, за время  $t$  вторичная волна пройдет расстояние  $AI = v_1 t$  в первой среде и  $AF = v_2 t$  – во второй. Поэтому на рисунке 1 мы провели окружности разных диаметров, а через  $I$  и  $F$  обозначили точки касания фронтов отраженной и преломленной волн, которые (фронты) тоже

перпендикулярны соответствующим лучам. Из равенства сторон треугольников  $ABC$  и  $ABI$  легко понять, что угол отражения  $\alpha'$  равен углу падения  $\alpha$ . А для определения угла преломления  $\beta$  напомним (учитывая, что  $CB = AI$ )

$$t = \frac{AI}{v_1} = \frac{AF}{v_2} = \frac{CB}{v_1} = \frac{AB \sin \alpha}{v_1} = \frac{AB \sin \beta}{v_2},$$

откуда следует известный закон преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Учитывая, что, по определению, коэффициент преломления среды обратно пропорционален скорости распространения света в этой среде, предыдущее соотношение можно записать в виде

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n,$$

где  $n$  – коэффициент преломления второй среды по отношению к первой.

Казалось бы, все ясно. Но задумаемся в смысле приведенных выше слов. Прежде всего – что это за *точка A*, которая умеет излучать вторичные волны? В физике точек не существует. Есть электроны, ядра, атомы, молекулы... Все эти частицы имеют конечные размеры. Например, диаметр молекулы воды  $d$  составляет несколько ангстрем ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$ ). Правда, средняя длина волны видимого нами света в тысячу раз больше:  $\lambda \sim 0,5 \text{ мкм} = 5000 \text{ \AA}$ . Поэтому в пределах одной молекулы электрическое и магнитное поля падающей (первичной) волны можно считать однородными, хотя, конечно, изменяющимися во времени с колоссальной частотой

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \sim \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Гц}.$$

С этой частотой электрическое поле вынуждает колебаться электронные облака молекул относительно ядер. Таким образом, каждая молекула превращается в элементарную антенну, которая и обязана излучать (вторичную) волну той же частоты, что и падающая. Но, как известно, линейно колеблющийся диполь ничего не излучает вдоль линии своих колебаний, так же, как и прямолинейная антенна не излучает вдоль своей осевой линии. По секрету скажем даже больше: плотность потока электромагнитной энергии от диполя или линейной антенны (диаграмма направленности) пропорциональна  $\sin^2 \theta$ , где  $\theta$  – угол между направлением колебаний заряда (или тока) и линией наблюдения.

На рисунке 2 изображена отдельная молекула-диполь и качественно показана диаграмма направленности ее излучения. (Подробнее об этом можно прочитать, например, в недавней статье А.Стасенко «Небо синее, Солнце красное» в «Кванте» №1 за 2003 г. – *Прим. ред.*)

Теперь представим, что падающий свет линейно поляризован, а именно – его электрический вектор  $\vec{E}_{1||}$  лежит в плоскости падения. Значит, в этой же плоскости будет лежать и вектор  $\vec{E}_{2||}$  преломленной волны. И вот тут возникает интересный вопрос. Давайте подберем угол падения таким, чтобы направление отраженного луча было перпендикулярным преломленному лучу:  $\pi - \alpha' - \beta = \frac{\pi}{2}$ .

Значит, при этом  $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha' = \frac{\pi}{2} - \alpha$ . Подставив это значение угла преломления в закон преломления, получим

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)} = \text{tg } \alpha = n.$$

(Продолжение см. на с. 34)

(Начало см. на с. 31)

Этот особенный угол падения называется углом Брюстера.

Что же получается – если все молекулы второй среды, попавшие в область преломленного луча, колеблются в направлении  $\alpha' = \alpha$ , то никакого излучения в направлении отраженного луча быть не может? Вот вам и «угол падения равен углу отражения»! Вся энергия ушла во вторую среду.

Но как же в таком случае мы в действительности наблюдаем отраженные лучи? Дело в том, что падающий свет не обязательно поляризован в плоскости падения. Обычно в нем присутствуют и колебания вектора  $\vec{E}_{\perp}$  в перпендикулярной плоскости (так называемый хаотически, или естественно поляризованный свет). А эту составляющую молекулы второй среды переизлучают в направлении отраженного луча даже в случае угла Брюстера. Кроме того, отражающие поверхности не обязательно все расположены под углом Брюстера по отношению к падающему свету (в случае рассеянного света это невозможно даже для одной плоскости).

Угол Брюстера очень интересен для экспериментатора. Действительно, если поляризованный в плоскости падения луч направить на плоскость диэлектрика и измерить угол падения, при котором исчезнет отраженный луч, то можно по формуле  $\operatorname{tg} \alpha = n$  сразу определить коэффициент преломления среды. И сделать это можно, даже если диэлектрик непрозрачен и в нем невозможно наблюдать преломленный луч.

А как сделать этот падающий луч плоскополяризованным? Теперь ясно, как: нужно хаотически поляризованный луч предварительно отразить под углом Брюстера от пластинки из диэлектрика – при этом в отраженном луче останется только одно направление колебаний вектора  $\vec{E}_{\perp}$ .

Итак, кто же отражает и преломляет лучи света? Во всяком случае ясно, что *не плоскость АВ* (см. рис.1). И не один

только поверхностный слой молекул. Для того чтобы «понять», что пора преломиться, падающий луч должен «ощупать» вещество на глубину, по крайней мере, сравнимую с его длиной волны, т.е. охватить тысячи слоев молекул. (Понятно, что имеется в виду длина волны во второй среде. Если последняя имеет коэффициент преломления  $n > 1$ , то  $\lambda_2 = \lambda_1/n < \lambda_1$ , но по порядку величины обе длины волны сравнимы.)

Теперь можно уточнить и определение «зеркальной» поверхности, упомянутой в эпитафе Лукреция: ее шероховатости должны быть много меньше длины волны  $\lambda_1$  падающего излучения. (Отметим, что здесь идет речь о диэлектриках; в случае проводников, в которых имеются свободные электроны, процессы преломления и отражения имеют свои особенности.)

Наконец, что такое вообще параллельные падающие «лучи  $a$  и  $b$ »? Чтобы эти лучи были параллельны, должен падать достаточно широкий пучок света. Мы уже знаем, какой: его ширина должна быть много больше длины волны.

В результате всех рассуждений мы приходим к цепочке неравенств

$$AC \gg \lambda_1 \gg d.$$

На практике диаметр пучка в один миллиметр вполне удовлетворит этим неравенствам.

Однако, как далеко мы ушли от геометрической картинке рисунка 1: оказывается, не существует ни «плоскости» отражения, ни «лучей». Но не надо расстраиваться – геометрическая оптика все равно практически полезна, когда мы имеем дело с макроскопическими телами (окулярами, объективами, телескопами...), размеры которых много больше длины волны. А физическую оптику можно изучить, поступив в соответствующий институт или университет. Чего вам и желаем.

(Начало см. на с. 25)

1) Фамилия, имя учащегося (для коллективных учеников – Ф.И.О. руководителя и алфавитный список учащихся – не более 15 человек)

2) Класс (в 2005/06 учебном году)

3) Полный домашний адрес с указанием индекса почтового отделения

4) Фамилия, имя, отчество родителей, место их работы и должность (только для индивидуальных учеников)

5) Электронный адрес (если он есть), по которому с Вами можно связаться

6) Откуда Вы узнали о наборе на заочное отделение

Наш адрес: 119992 ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ, мехмат, МММФ.

Вечернее отделение Малого мехмата приглашает на занятия по субботам всех желающих школьников 6 – 11 классов из Москвы и ближнего Подмосковья.

Справки по телефону 939-39-43.

Более подробную информацию о Малом мехмате можно найти в Интернете по адресу: <http://mfm.math.msu.su>

### Вступительная работа

1. Поезд, движущийся с постоянной скоростью, проходит мимо столба за 22 с, а через мост длиной 180 м – за 32 с (время прохождения через мост – это время от момента, когда поезд начинает въезжать на мост, до момента, когда последний вагон покидает мост). Найдите длину поезда и его скорость.

2. Найдите все значения  $x$ , удовлетворяющие неравенству

$$\frac{x^2}{x-1} \geq 0.$$

3. Тридцать футбольных команд проводят первенство по круговой системе в один круг (это значит, что каждая команда должна сыграть с каждой по одному разу). Докажите, что в любой момент времени найдутся две команды, сыгравшие к этому моменту одинаковое число матчей.

4. В квадрате отмечено пять точек. Обязательно ли среди этих точек найдутся две, расстояние между которыми не превышает половины диагонали квадрата?

5. В треугольнике совпадают центры вписанной и описанной окружностей. Докажите, что этот треугольник равносторонний.

6. Верно ли, что любое пятизначное число больше произведения его цифр?

7. Три товарища купили лодку. Первый заплатил треть от суммы, уплаченной двумя другими товарищами, второй – четверть от суммы, уплаченной двумя его товарищами, а третий заплатил 1320 руб. Сколько стоила лодка?

8. В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы углов  $A$  и  $C$ . Обозначим основания перпендикуляров, опущенных на эти биссектрисы из точки  $B$ , через  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что отрезок  $PQ$  параллелен стороне  $AC$ .

9. На доске было написано 5 чисел. Сложив каждое из этих чисел с каждым, получили 10 сумм: 0, 2, 4, 6, 8, 9, 11, 13, 15. Какие числа были написаны на доске?

10. Некоторое количество монет разложено в три кучки. Мальчик Леша, обладающий неограниченным запасом монет, может за один ход либо взять из каждой кучки по одной монете (при условии, что во всех трех кучках есть хотя бы по одной монете), либо добавить из своих запасов к любой кучке столько монет, сколько в ней уже есть. Докажите, что за несколько ходов Леша может добиться того, что все три кучки исчезнут.