

а точечный заряд  $q_2$ , расположенный в вершине  $B$ , создает в той же точке  $D$  поле  $E_2 = 1000$  В/м. Определите отношение зарядов  $q_1/q_2$ .

7. Какой заряд  $q$  пройдет через резистор сопротивлением  $R = 1$  Ом за время  $\tau = 5$  мин, если напряжение на резисторе в течение этого времени равномерно возрастает от нуля до  $U = 2$  В?

8. Лампочка, на которой написано  $U = 110$  В,  $P = 100$  Вт, и катушка индуктивностью  $L = 0,5$  Гн соединены последовательно и подключены к генератору переменного напряжения частотой  $\nu = 50$  Гц. При этом лампочка горит нормальным накалом. Определите действующие значения тока  $I$  через лампочку и напряжения  $U_L$  на катушке. Сопротивлением провода, которым намотана катушка, пренебречь.

9. Луч света падает на тонкую рассеивающую линзу с оптической силой  $D = -10$  дптр под углом  $\alpha$  к главной оптической оси и преломляется в линзе на расстоянии  $h = 1$  см от ее оптического центра, как показано на рисунке 2. При каком минимальном значении угла  $\alpha$  этот луч после преломления в линзе пересечет ее главную оптическую ось?

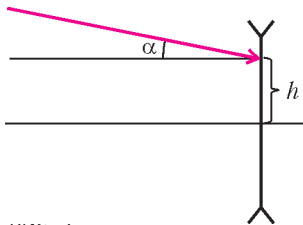


Рис. 2

10. Во сколько раз максимальная скорость электронов, выбиваемых светом из металла при фотоэффекте, меньше скорости света в вакууме? Длина волны света  $\lambda = 0,6$  мкм. Работа выхода электронов из металла в 2 раза меньше энергии фотона. Ответ выразите через величину  $\lambda_C = h/(mc) = 2,4 \cdot 10^{-12}$  м, где  $h$  – постоянная Планка,  $m$  – масса электрона,  $c$  – скорость света в вакууме.

11. Через катушку индуктивностью  $L = 100$  мГн протекает постоянный ток. В некоторый момент времени ток через катушку начинают равномерно уменьшать, и через  $\tau = 10$  мс после этого он оказывается равным нулю. Через какое время  $t$  после начала уменьшения тока напряжение на катушке станет равным нулю? Сопротивление провода, которым намотана катушка, равно  $R = 20$  Ом.

Вариант 2

(олимпиада-2006)

1. Камень, брошенный с поверхности земли вертикально вверх, упал на землю через  $T = 2$  с. Определите путь  $s$ , пройденный камнем за время  $\tau = 1,5$  с после броска. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

2. Однородный шар радиусом  $R$  и массой  $m$  расположен на гладком горизонтальном столе и прикреплен к точке  $O$  поверхности стола нерастяжимой нитью (рис.3). Центру шара сообщили горизонтальную скорость, после чего он стал равномерно двигаться по окружности вокруг вертикальной оси, проходящей через точку  $O$ . С какой силой шар действует на стол, если период его обращения равен  $T$ ? Ускорение свободного падения равно  $g$ .

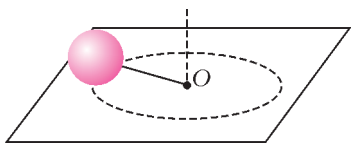


Рис. 3

3. Игрушечная пушка на колесиках (рис.4), первоначально покоившаяся



Рис. 4

на горизонтальном полу, выстреливает шарик, привязанный к пушке легкой ниткой (чтобы не потерялся). При выстреле нитка обрывается, и шарик падает на пол со скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Определите скорость пушки  $V$  после обрыва нити, если масса пушки в  $k$  раз больше массы шарика. Трением и сопротивлением воздуха пренебречь. Векторы скорости шарика и пушки лежат в одной плоскости.

4. В вертикальном цилиндре под легким поршнем площадью  $S = 20$  см<sup>2</sup> находится идеальный газ при температуре  $t = 30$  °С. Какую вертикальную силу нужно приложить к поршню, чтобы удерживать его в исходном положении после нагрева газа на  $\Delta t = 20$  °С? Атмосферное давление  $p_0 = 10^5$  Па. Трением пренебречь.

5. Определите работу газа в круговом процессе, изображенном на рисунке 5 (здесь  $p$  – давление газа,  $V$  – занимаемый им объем). При выбранном масштабе график представляет собой окружность.

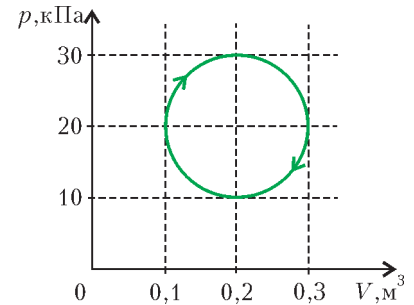


Рис. 5

6. Плоский воздушный конденсатор помещили в постоянное однородное электрическое поле напряженностью  $E_0$ , перпендикулярное его обкладкам. Обкладки конденсатора на некоторое время замкнули тонкой проволочкой, затем проволочку убрали, а конденсатор медленно извлекли из электрического поля. Какая работа против сил электрического поля при этом была совершена? Емкость конденсатора  $C$ , расстояние между обкладками  $d$ .

7. На лампочке написано 220 В, 100 Вт. Чему равно сопротивление спирали лампочки в нормальном рабочем режиме?

8. При равномерном изменении силы тока через катушку за время  $\tau = 0,05$  с в ней возникает ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E} = 0,1$  В. Катушка содержит  $N = 1000$  витков. Какой заряд  $q$  пройдет за это время через замкнутый виток сопротивлением  $R = 20$  Ом, плотно надетый на катушку? Магнитное поле, созданное током в витке, считать пренебрежимо малым. Катушка длинная, намотка однослойная.

9. Определите показатель преломления среды, если известно, что свет с частотой  $\nu = 4 \cdot 10^{14}$  Гц имеет в ней длину волны  $\lambda = 0,5$  мкм. Скорость света в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

Публикацию подготовили А.Берестов, И.Горбатый, В.Гундырев, С.Кальней, С.Куклин, А.Прокофьев, Т.Соколова, И.Федоренко

Московский государственный текстильный университет им. А.Н.Косыгина

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(факультет информационных технологий, автоматике и энергетики)

1. Решите уравнение

$$1,5 - \frac{2x}{15} = \frac{1}{3} + 0,8x.$$

2. Книга-двухтомник стоит 360 рублей, при этом первый

том дешевле второго на 20%. Сколько рублей стоит первый том?

3. Найдите сумму корней уравнения

$$4|x-1| + |x+3| = 10.$$

4. Вычислите

$$1,5 \log_8 18 - \log_2 (12\sqrt{2}).$$

5. Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$x^2 - x = 9.$$

6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 5x + y = 0,95, \\ 2x + 3y = 0,9. \end{cases}$$

В ответ запишите  $2x + y$ .

7. Пусть

$$f(x) = \frac{2x^2}{3} + \frac{36}{x} + 2 \sin(x-3) + 6 \cos(x-3) + 9 \ln(3x).$$

Тогда  $f'(3) = \dots$

8. Если  $\cos \alpha = 1/3$  и  $0 < \alpha < \pi/2$ , то  $\sqrt{50} \operatorname{tg}(\alpha/2) = \dots$

9. Вычислите

$$\sqrt[3]{10\sqrt{15}} \cdot \sqrt{0,6} \cdot (1,5)^{-2/3}.$$

10. Диагонали трапеции равны 40 и 26, средняя линия равна 21. Найдите площадь трапеции.

11. Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$x - 3 < \sqrt{x+17}.$$

12. Третий член арифметической прогрессии равен 5, а сумма членов с десятого по двадцатый равна 22. Найдите пятый член прогрессии.

13. Решите неравенство

$$2 \log_2(x/12) + 5 \log_{(x/6)}(x/12) \leq 6.$$

В ответ запишите количество целых решений.

14. Найдите наименьшее положительное решение (в градусах) уравнения

$$\cos 5^\circ \cos x + \cos 95^\circ \sin x = \cos 35^\circ.$$

15. Развертка боковой поверхности конуса дает сектор площади  $54\pi$  и угловой меры  $2\pi/3$  радиан. Пусть  $V$  — объем конуса, тогда  $V/\pi = ?$

### Вариант 2

(факультет экономики и менеджмента)

1. Решите уравнение

$$1,25 + \frac{x}{15} = 1,2x - \frac{1}{6}.$$

2. Костюм (пиджак и брюки) стоит 5400 рублей, причем пиджак на 25% дороже, чем брюки. Сколько рублей стоит пиджак?

3. Найдите сумму корней уравнения

$$|x+1| = 3x+7.$$

4. Вычислите  $0,5 \log_{0,8} 5 - \log_{0,8} 2$ .

5. Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$2x^2 - 3x = 5.$$

6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 4y + x = 2,4, \\ 2x + 3y = 3,8. \end{cases}$$

В ответ запишите  $2x - y$ .

7. Пусть

$$f(x) = x^{2 \log_x 5} + \frac{3x^2 + 2x + 8}{x} + 8\sqrt{2x}.$$

Тогда  $f'(2) = \dots$

8. Если  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3,125$ , то  $\sin 2\alpha = \dots$

9. Вычислите

$$\sqrt[3]{9,8\sqrt{3,5}} \cdot \sqrt{0,56} \cdot (1,25)^{-0,8}.$$

10. Диагонали граней прямоугольного параллелепипеда равны  $\sqrt{52}$ ,  $\sqrt{116}$ ,  $\sqrt{136}$ . Найдите объем параллелепипеда.

11. Найдите сумму целых решений неравенства

$$\frac{5x+1}{x^2+7x+10} \geq \frac{x-1}{x+2}.$$

12. Из пунктов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу одновременно вышли пассажирский поезд и товарный состав. Через 4 часа они встретились. Поезд дошел до пункта  $B$ , простоял там 24 минуты и отправился обратно. Через 4 часа после выхода из  $B$  он догнал товарный состав. Найдите скорость поезда (км/ч), если  $AB = 280$  км.

13. Решите неравенство

$$\log_4(9 - 6x + x^2) + \log_{0,5}(x+3) \leq -1.$$

В ответ запишите сумму целочисленных решений.

14. Найдите сумму целых чисел, принадлежащих области значений функции

$$f(x) = 1,5 \cdot 0,2^{\sqrt{0,2} \sin 3x} \cdot 25^{\sqrt{0,2} \cos 3x} - 3.$$

15. В окружность радиуса  $3\sqrt{6}$  вписан остроугольный треугольник  $ABC$ . Найдите  $AC$ , если  $AB = 8\sqrt{3}$ ,  $BC = 12$ .

Публикацию подготовил Е.Матвеев

## Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. За три часа один лыжник прошел на 2,5 км больше другого, так как один километр он проходил на одну минуту быстрее. За сколько минут каждый лыжник проходил один километр?

2. Решите уравнение  $\sin 6x = 2 \sin 2x$ . Найдите его корни, принадлежащие промежутку  $[0; \pi/2]$ .

3. Решите уравнение

$$2^{3+\sqrt{x}} + 4 = 33\sqrt{2^{\sqrt{x}}}.$$

4. Решите неравенство

$$\log_x(49x^2 - 84x + 36) > 2.$$

5. Какая наибольшая площадь может быть у прямоугольника, координаты вершин которого удовлетворяют уравнению  $|y| = (x-1)(4-x)$ ,  $1 < x < 4$ , а стороны параллельны координатным осям?