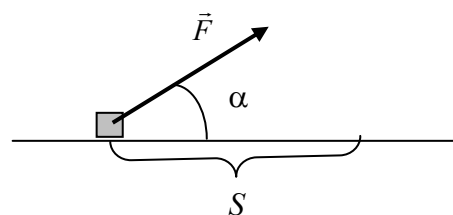


§51. Закон сохранения энергии

Механическая работа постоянной силы \vec{F} на пути S равна:

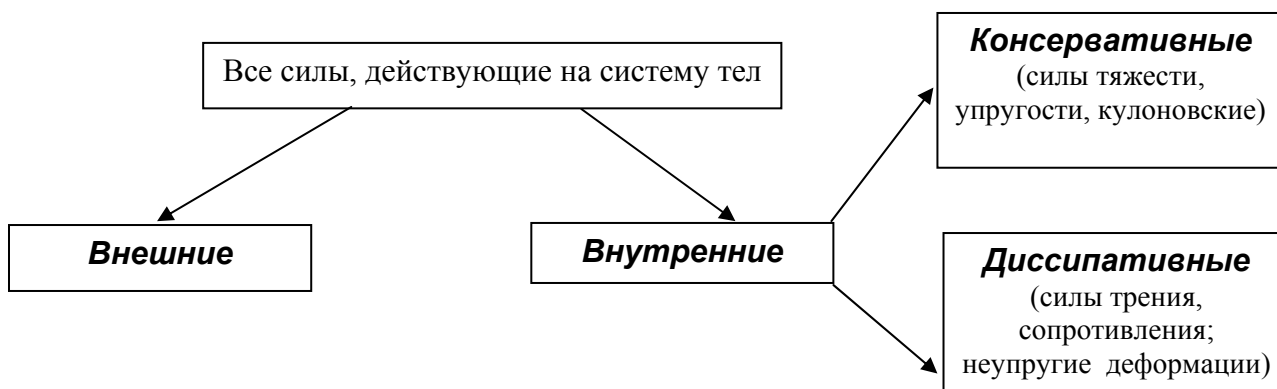
$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha$$



Единица измерения работы в СИ: $1\text{Н}\cdot 1\text{м} = 1\text{Дж}$.

Работа силы равна нулю, если: а) тело покоится; б) тело перемещается перпендикулярно действию силы (например, работа нормальной реакции опоры, работа силы **Лоренца**).

Если тело перемещается противоположно направлению силы, работа отрицательна (сила трения, сопротивления).



Таким образом, можно записать:

$$A_{\text{всех сил}} = A_{\text{внешних сил}} + A_{\text{внутр. конс. сил}} + A_{\text{внутр. диссипат. сил}}$$

По теореме об изменении кинетической энергии $A_{\text{всех сил}} = \Delta W_{\text{к}}$

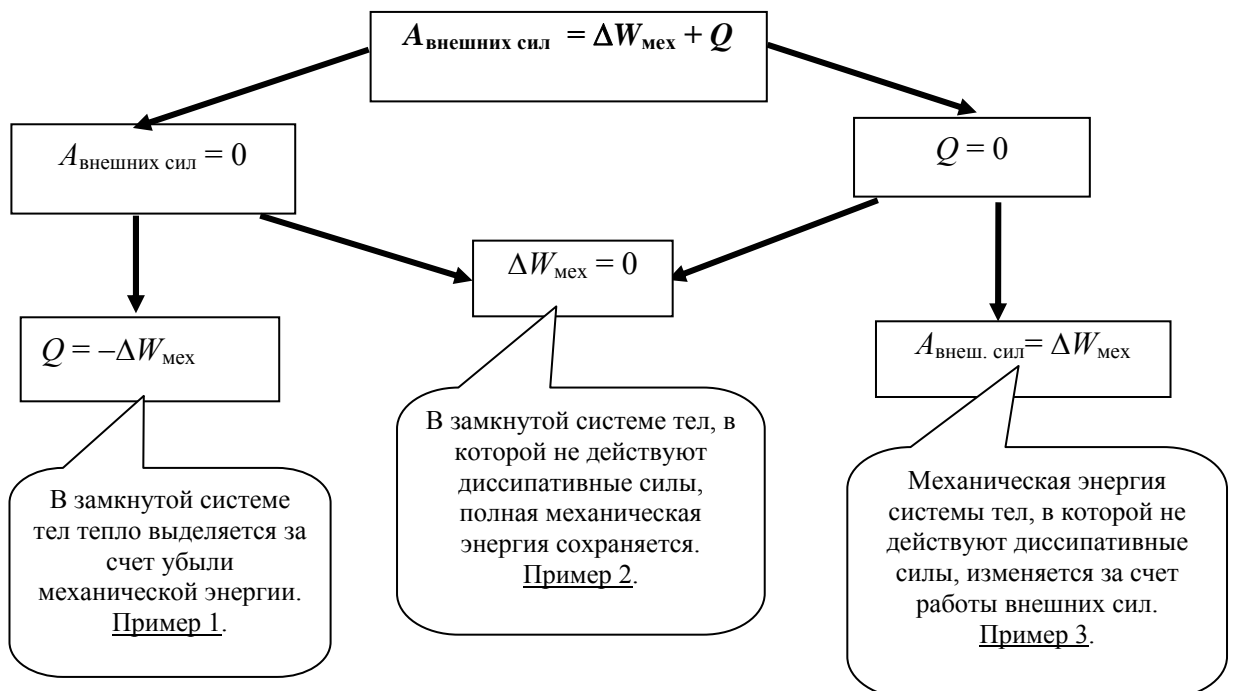
По определению потенциальной энергии $A_{\text{внутр. конс. сил}} = -\Delta W_{\text{п}}$

$A_{\text{внутр. диссипат. сил}} < 0$ и равна выделившемуся теплу с противоположным знаком $(-Q)$.

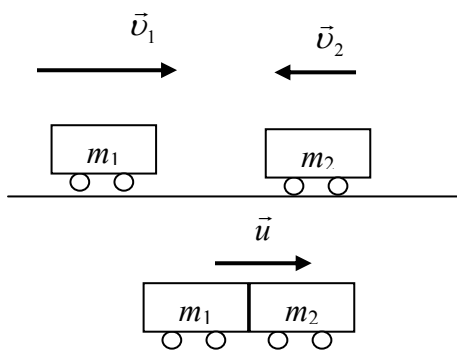
Таким образом: $\Delta W_{\text{кин}} = A_{\text{внешн. сил}} - \Delta W_{\text{п}} - Q$.

Перегруппируем слагаемые: $A_{\text{внешн. сил}} = \Delta W_{\text{к}} + \Delta W_{\text{п}} + Q$.

Работа как площадь под графиком



Пример 1. Сколько тепла выделится при неупругом столкновении двух тележек (см. рис.)?



Решение:

Трением можно пренебречь, поэтому проекция внешних сил на горизонтальную ось равна нулю и, соответственно, сохраняется проекция импульса системы двух тел:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u \Rightarrow u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Работа внешних сил равна нулю (сила тяжести и нормальная реакция опоры перпендикулярны перемещению), поэтому $Q = W_{\text{мех1}} - W_{\text{мех2}}$. Причем:

$$W_{\text{мех1}} = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2};$$

$$W_{\text{мех2}} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} = \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

После подстановки и упрощений получим: $Q = \frac{2m_1 m_2 v_1 v_2}{m_1 + m_2}$ [Дж]

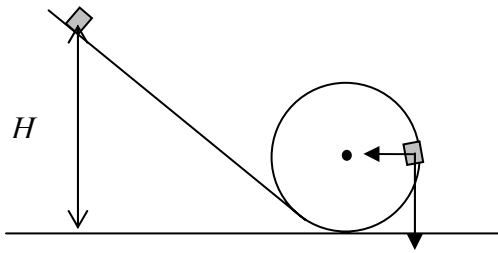
Пример 2. Пружина жесткостью $k = 100$ кН/м массой $m = 400$ г падает на Землю с высоты $h = 5,0$ м. На сколько сожмется пружина, если при ударе ее ось остается вертикальной?

Решение:

По условию задачи ясно, что неупругими деформациями и сопротивлением воздуха можно пренебречь. Таким образом, система «пружина-Земля» является замкнутой консервативной системой. Следовательно, выполняется закон сохранения механической энергии: $mgh = k(\Delta l^2)/2$ (размерами самой пружины можно пренебречь).

$$\Delta l = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4 \cdot 9,8 \cdot 5}{10^5}} \approx 0,02 \text{ (м)}.$$

Пример 3. Небольшое тело без начальной скорости соскальзывает с высоты H и попадает в «мертвую петлю». Найти силу, с которой брусок давит на поверхность петли в горизонтальном положении (см. рис.). Трением тела о поверхность, сопротивлением воздуха пренебречь.



Решение:

Для того, чтобы определить силу давления, воспользуемся третьим законом Ньютона: $\vec{F}_d = -\vec{N}$. Найти N можно с помощью второго закона **Ньютона**: $N = \frac{mv^2}{R}$.

На тело действует только сила тяжести и нормальная реакция опоры. Так как трения

нет, $Q = 0$. Следовательно: $A_{\text{внеш. сил}} = \Delta W_{\text{мех}}$

$A_{\text{внеш. сил}} = A_{mg} + A_N$. N всегда перпендикулярна перемещению, поэтому ее работа равна нулю $A_N = 0$. $A_{\text{внеш. сил}} = A_{mg} = mg(H - R)$. $\Delta W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} - 0$. Отсюда:

$$v^2 = 2g(H - R); F_d = N = \frac{2mg(H - R)}{R}.$$



Проведите самостоятельно анализ ответа.