

Часть А

а) Если $F = F_0 \sin \omega t$, то зависимость $z(t)$, удовлетворяющая заданному уравнению, имеет вид $z(t) = A \sin(\omega t - \varphi)$, где $A > 0$ и $0 \leq \varphi \leq \pi$. Получите выражения для амплитуды A и тангенса фазы $\operatorname{tg} \varphi$ через параметры F_0 , m , ω , ω_0 и b . Найдите значения амплитуды A и фазы φ на резонансной частоте $\omega = \omega_0$. (1,5 б.)

б) Электронное устройство, показанное на рисунке 2, перемножает входной и опорный сигналы и выделяет в качестве выходного сигнала только постоянную составляющую произведения обоих сигналов. Допустим, входной сигнал задается формулой $U_1 = U_{10} \sin(\omega_1 t - \varphi_1)$, а опорный — формулой $U_2 = U_{20} \sin \omega t$, где U_{10} , U_{20} , ω_1 и φ_1 являются заданными положительными константами. Найдите условие для $\omega (> 0)$, при котором на выходе появляется отличный от нуля сигнал. Получите выражение для величины выходного сигнала (постоянной составляющей произведения) на заданной частоте ω . (1 б.)

с) Пройдя через фазовращатель, опорный сигнал, напряжение которого зависит от времени по закону $U_2 = U_{20} \sin \omega t$, приобретает вид $U'_2 = U_{20} \sin(\omega t + \pi/2)$. Это напряжение U'_2 подается на пьезоэлемент, который создает силу $F = cU'_2$, приложенную к датчику. Затем фотодетектор преобразует смещение датчика z в напряжение $U_1 = c_1 z$. В этих соотношениях c и c_1 — известные константы, U_1 — входной сигнал. Получите выражение для постоянной составляющей выходного сигнала при частоте опорного сигнала $\omega = \omega_0$. (1,5 б.)

д) Малое изменение массы датчика Δm приводит к сдвигу его резонансной частоты на величину $\Delta \omega_0$, в результате чего фаза входного сигнала φ на первоначальной резонансной частоте ω_0 испытывает сдвиг на величину $\Delta \varphi$. Найдите изменение массы датчика Δm , при котором сдвиг фазы оказывается равным $\Delta \varphi = \pi/1800$, что типично для фазовых измерений. Значения физических параметров датчика следующие: $m = 1,0 \cdot 10^{-12}$ кг, $k = 1,0$ Н/м и $b/m = 1,0 \cdot 10^3$ с $^{-1}$. Используйте следующие приближенные формулы: $(1+x)^a \approx 1+ax$ и $\operatorname{tg}(\pi/2+x) \approx -1/x$ (при $|x| \ll 1$). (2 б.)

Часть В

Далее рассмотрите поведение устройства, включая все силы, действующие на датчик, описанные в части А, а также дополнительную силу со стороны образца, рассмотренную ниже.

е) Считайте, что дополнительная сила $f(h)$, действующая на датчик со стороны поверхности образца, зависит только

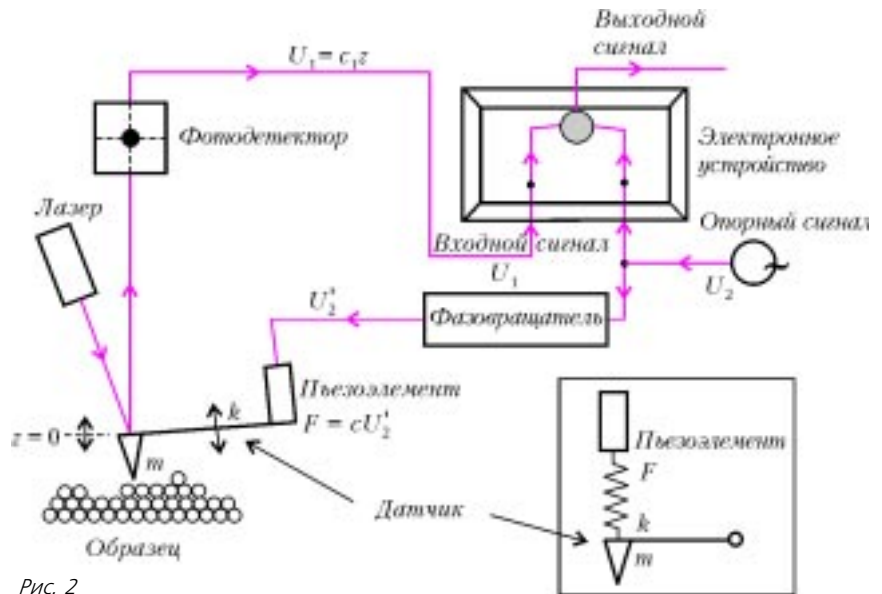


Рис. 2

от расстояния h между концом датчика и поверхностью образца. Зная эту силу, можно найти новое положение равновесия датчика h_0 . Вблизи этого положения h_0 можно приблизительно записать $f(h) \approx f(h_0) + c_2(h - h_0)$, где c_2 — коэффициент, не зависящий от h . Найдите новую резонансную частоту колебаний датчика ω'_0 и выразите ее через величины ω_0 , m и c_2 . (1,5 б.)

ф) Острие датчика, несущее электрический заряд $Q = 6e$, движется горизонтально над поверхностью и проходит над электроном с зарядом $q = e$, расположенным (локализованным в пространстве) на некотором расстоянии под поверхностью образца. В ходе сканирования вблизи электрона максимальный сдвиг резонансной частоты $\Delta \omega_0 (= \omega'_0 - \omega_0)$ оказывается значительно меньше ω_0 . Получите выражение для расстояния d_0 от острья датчика до локализованного электрона, при котором сдвиг частоты будет максимальным. Выразите это расстояние через параметры m , q , Q , ω_0 , $\Delta \omega_0$ и постоянную закона Кулона k_e . Рассчитайте расстояние d_0 в нанометрах ($1 \text{ нм} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ м}$) для сдвига частоты $\Delta \omega_0 = 20 \text{ с}^{-1}$. Параметры датчика следующие: $m = 1,0 \cdot 10^{-12}$ кг, $k = 1,0$ Н/м. Любыми поляризационными эффектами как для датчика, так и для образца, следует пренебречь. Физические постоянные равны: $k_e = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. (2,5 б.)

Публикацию подготовили
С.Козел, В.Слободянин, И.Иоголевич

Московская студенческая олимпиада по физике

23 мая 2004 года в Московском государственном техническом университете (МГТУ) им. Н.Э Баумана прошел московский региональный тур Всероссийской олимпиады по физике среди студентов технических вузов. К участию в олимпиаде были приглашены все ведущие технические вузы Москвы. Состав каждой команды — 10 студентов до 3

курса включительно. Командный зачет проводится по 5 лучшим результатам членов команды.

Участникам олимпиады был предложен вариант из 9 задач (в зависимости от сложности задачи оценивались от 5 до 10 баллов) и разрешалось пользоваться любой литературой.

По результатам олимпиады в командном зачете первое место заняла команда МГТУ им. Н.Э.Баумана (89 баллов), второе место – команда Московского государственного института стали и сплавов (МИСиС) (86 б.), третье место – команда Московского института электронной техники (65 б.).

В личном зачете первое место завоевал *Е.Кожанов* (Московский государственный университет путей сообщения, 26 баллов), второе место – *А.Иванов* (МГТУ им.Н.Э.Баумана, 25 б.), третье место – *Г.Беланов* (МИСиС, 22 б.), четвертое место – *А.Шотанов* (МИСиС, 20 б.), пятое место – *М.Канцеров* (МГТУ им.Н.Э.Баумана, 20 б.).

Задачи олимпиады

1. Частица массой m и зарядом q движется в среде в поперечном магнитном поле с индукцией B с начальной скоростью v_0 . Сила сопротивления равна $F_c = -kv^2$. Определите величину и направление вектора перемещения от начального момента до конечной точки траектории, если в начальный момент сила трения много меньше силы Лоренца.

2. Космический зонд находится на стационарной круговой орбите радиусом $17R$ у исследуемой планеты, радиус которой R . Скорость его движения по этой орбите равна v_0 . Запас топлива может обеспечить изменение скорости зонда не более чем на $2v_0$. Для возвращения на Землю зонд должен оторваться от планеты и приобрести при этом максимально возможную скорость. Определите величину этой максимальной скорости и опишите маневр, который при этом необходимо совершить.

3. Малое тело массой m висит на тонкой нерастяжимой нити, пропущенной через отверстие в потолке. Тело раскачивается в одной плоскости с угловой амплитудой α_0 , расстояние от тела до отверстия l . В момент, когда отклонение тела от вертикали максимально, нить случайно отпускают, и поймать ее удастся только тогда, когда длина свешивающейся части нити становится равной $2l$. Какова будет амплитуда малых колебаний маятника?

4. Жесткий невесомый обруч стоит на поверхности стола. В верхней точке обруча закреплено маленькое тело массой m . В начальный момент времени телу придали легкий толчок в

горизонтальном направлении. Определите, на какой угол повернется обруч до начала проскальзывания, если коэффициент трения между столом и обручем равен $1/3$.

5. В длинной теплоизолированной трубке находится одноатомный газ, заключенный между двумя поршнями, расстояние между которыми постоянно. Давление газа p , температура T и плотность ρ . В начальный момент времени поршни начинают двигаться со скоростью v_0 в одном направлении. Определите, на сколько изменится температура газа после завершения переходных процессов.

6. Цилиндрический сосуд объемом V разделен на две части невесомым теплоизолированным поршнем, который может перемещаться без трения. Температуры в обеих частях сосуда различны, а давления одинаковы и равны p_0 . Идеальная тепловая машина использует газ с высокой температурой как нагреватель, а с низкой – как холодильник. Какую работу совершит тепловая машина, если после выравнивания температур в обеих частях сосуда давление станет равным p ?

7. Два параллельных металлических цилиндра радиусом R заряжены с линейной плотностью λ зарядами противоположных знаков. Расстояние между осями цилиндров $3R$. Определите силу взаимодействия между цилиндрами, приходящуюся на единицу длины.

8. Расстояние между четырьмя параллельными пластинами длиной l и шириной a равно d ($l \gg a \gg d$). С одной стороны все четыре пластины замкнуты между собой, с другой стороны пластины 1 и 3 замкнуты на вывод А, а пластины 2 и 4 – на вывод Б. Определите индуктивность между выводами А и Б.

9. Фазовая пластинка, выполненная из стекла с показателем преломления n , перекрывает 10 зон Френеля с 10-й по 19-ю. Толщина пластинки в пределах каждой четной зоны меняется при увеличении радиуса от $\lambda/(2(n-1))$ до $\lambda/(n-1)$, в пределах каждой нечетной зоны – наоборот, от $\lambda/(n-1)$ до $\lambda/(2(n-1))$. Определите интенсивность света в точке наблюдения, если интенсивность падающей плоской световой волны равна I_0 .

Публикацию подготовили М.Яковлев, В.Голубев

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

КМШ

Задачи

(см. «Квант» №1)

1. Такое может случиться. Пример: Петя купил 50 г чая по цене 10 коп. за грамм, 30 г – по цене 20 коп. за грамм, 10 г – по цене 30 коп. за грамм.

2. а) Нельзя. В самом деле, если число имеет не больше 3 цифр, то его квадрат – не больше 6 цифр, в итоге одна цифра останется незадействованной. Если же число имеет не меньше 4 цифр, то его квадрат – не меньше 7 цифр, а это в сумме дает 11 цифр – опять никуда не годится.

б) Можно. С помощью 10 различных цифр записываются квадрат и куб числа 69 – эти числа равны 4761 и 328509 соответственно.

3. Петя не ошибся. Если в соревновании участвовало N спортсменов, то Вася составляет $\frac{1}{N}$ -ю их часть. С другой стороны,

$$\frac{1}{N} = 1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1},$$

откуда

$$N = \frac{n(n-1)}{n^2-3n+1} = 1 + \frac{2n-1}{n^2-3n+1}.$$

При $n = 3$ получаем $N = 6$. При $n > 3$ в правой части стоит дробное выражение (при $n = 4$ в этом можно убедиться непосредственно, а при $n \geq 5$ знаменатель дроби $n^2 - 3n + 1 = (2n - 1)\left(\frac{n-5}{2} - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}$ больше числителя $2n - 1$).

Итак, Васю обошли всего $\frac{1}{n} \cdot N = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$ спортсмена, так что Вася действительно занял призовое третье место.

4. Отразим прямую l , на которой лежит гипотенуза AB треугольника ABC , симметрично относительно прямых BC и AC – получим две параллельные прямые l' и l'' (рис.1). Траектория шара $MNKL$

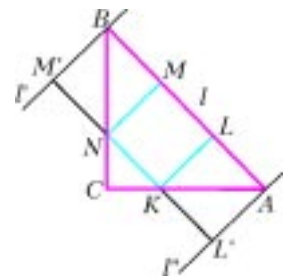


Рис. 1