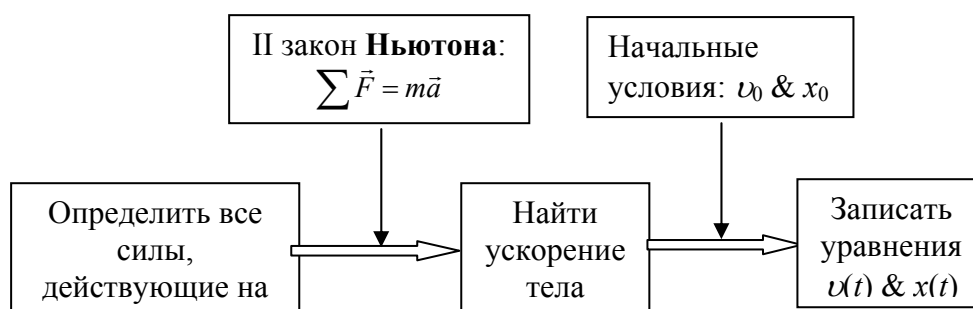


## §11. Как описать колебательное движение

Вспомним, как мы описывали прямолинейное равноускоренное движение. Если нам известны силы, действующие на тело, мы можем определить ускорение этого тела – для этого надо воспользоваться вторым законом **Ньютона**. Зная ускорение и начальную скорость, мы можем написать уравнение зависимости  $v_x(t)$ . Зная начальную координату, можно также написать уравнение зависимости  $x(t)$ . Таким образом, зная силы и начальные условия, можно полностью описать движение тела:



Проиллюстрируем эту схему конкретной задачей.

**Задача.** Брусок массой  $m = 200$  г тянут по горизонтальной поверхности за пружину жесткостью  $k = 10$  Н/м так, что растяжение пружины постоянно и равно  $\Delta l = 15$  см. Коэффициент трения бруска о поверхность равен  $\mu = 0,5$ . Получить уравнения зависимости  $v_x(t)$  и  $x(t)$ , если секундомер включили в тот момент, когда координата бруска была равна  $x_0 = 0,7$  м, а начальная скорость  $v_0 = 10$  см/с.

Решение задачи можно разделить на две части: 1) найти ускорение бруска, воспользовавшись **алгоритмом решения задач на второй закон Ньютона**; 2) применить общие уравнения для зависимости координаты и скорости равноускоренно движущегося тела к конкретному случаю

Дополните решение.

1. Выберем ИСО: ...



Покажем все силы, действующие на брусок: силу тяжести, силу нормальной реакции опоры, силу упругости, силу трения.

2. Покажем ускорение бруска и введем оси координат: ось  $X$  – в направлении ускорения, ось  $Y$  – перпендикулярно.

3. Запишем второй закон **Ньютона** в векторной форме для бруска ( $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ): ...

4. Запишем второй закон **Ньютона** в проекции на ось  $X$ :  $F_{\text{упр}} - F_{\text{тр. ск}} = ma$  (1)

Запишем второй закон **Ньютона** в проекции на ось  $Y$ : (2)

5. Мы получили два уравнения с четырьмя неизвестными. Надо дописать еще два уравнения.

По закону **Гука** сила упругости равна:  $F_{\text{упр}} =$  (3)

По закону **Кулона – Амонтона** сила трения скольжения равна:  $F_{\text{тр. ск}} =$  (4)

6. Решим систему четырех уравнений относительно ускорения  $a$ : ...

В результате получим:  $a = \frac{k\Delta l - \mu mg}{m}$  (5). Проверим размерность:  $[a] = \dots$

Мы видим, что необходимо произвести перевод единиц измерения (в СИ):

$$m = 200 \text{ г} = \dots$$

$$\Delta\ell = 15 \text{ см} = \dots$$

$$v_0 = 10 \text{ см/с} = \dots$$

Проведем вычисления:  $a = \dots$

7. Проанализируем ответ (5) в общем виде. Полученное выражение для ускорения справедливо только при  $k\Delta\ell \geq \mu mg$ . Если  $k\Delta\ell < \mu mg$ , ускорение бруска ...

8. Запишем уравнения зависимости скорости и координаты бруска от времени. В общем виде уравнения выглядят так:  $v_x = v_{0x} + a_x t$ ;  $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ . Подставив начальные условия и полученное ускорение ( $a \approx 2,5 \text{ м/с}^2$ ), получим: ...

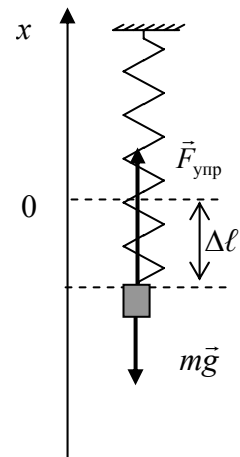
Попробуем, действуя по той же схеме, описать колебательное движение. Для этого изменим предыдущую задачу: повернем конструкцию так, чтобы наш брусок висел на пружине. Пусть из состояния равновесия (на рисунке координата бруска равна нулю) брусок оттянули вниз на то же самое  $\Delta\ell = 0,15 \text{ м}$  и отпустили. Казалось бы, нетрудно посчитать ускорение груза:

$$a = \frac{k\Delta\ell - mg}{m} \approx \frac{10 \cdot 0,15 - 0,2 \cdot 10}{0,2} = -2,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right).$$

Абсурдность ответа очевидна. Если груз висел неподвижно, значит, силы упругости и тяжести уравновешивали друг друга. После того как пружину растянули на  $\Delta\ell$ , сила тяжести осталась неизменной, а сила упругости возросла. Следовательно, ускорение должно быть положительным, сонаправленным с осью  $x$ . Мы же получили торможение, вместо ускорения. В чем была допущена ошибка?

Мы неверно посчитали силу упругости. Пружина была сначала растянута висящим неподвижно бруском, и лишь затем ее растянули еще на 15 см. Значит,  $F_{\text{упр}} = mg + k\Delta\ell$ , а ускорение:

$$a = \frac{k\Delta\ell}{m} \approx \frac{10 \cdot 0,15}{0,2} = 7,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right).$$



**?!)** Попробуйте теперь найти зависимость координаты и скорости бруска от времени, если начальные условия аналогичны предыдущей задаче.

**Антон** написал такие уравнения:

$$v_x(\text{м/с}) = 0,1 + 7,5t; \quad x(\text{м}) \approx 0,7 + 0,1t + 3,8t^2.$$

**?!)** Найдите скорость и координату бруска через 1 с, 10 с, 100 с. Оцените правдоподобность ответов.

Ошибка приведенного выше решения состоит в том, что формулы равноускоренного движения были применены к неподходящей ситуации. Полученное ускорение не остается постоянным, оно все время изменяется. Так, при прохождении бруском положения равновесия ускорение становится равным нулю, при дальнейшем движении ускорение становится отрицательным и брусок тормозится, пока не достигнет самой верхней точки (в ней ускорение будет максимальным и равным  $a_x = -7,5 \text{ м/с}^2$ ).

Следовательно, мы должны сделать вывод: даже зная силы, действующие на тело, мы не можем точно описать колебательное движение.



*Сформулируйте задачи, которые нам предстоит решить при изучении механических колебаний.*

В школьном курсе физики рассматриваются две основные колебательные системы: пружинный маятник и математический маятник.



*Воспользуйтесь доступным источником информации и ответьте на вопросы:*

- *При каких условиях шарик, подвешенный на нити, можно считать математическим маятником?*
- *При каких условиях колебания пружинного и математического маятников можно считать гармоническими?*