Глава 10

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ И ДИКТАНТЫ

Т-1001 Вычисление членов последовательности по рекуррентной формуле

Последовательность (a_n) задана первым членом и рекуррентной формулой. Заполните таблицу.

	a_{n+1}	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_n
1	$a_n + 4$	1					
2	$a_n + 2(n+1)$	2					
3	$a_n + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$	$\frac{1}{2}$					
4	$3a_n$	1					
5	$2a_n + 1$	1					
6	$\frac{a_n}{n+1}$	1					
7	$\frac{2}{a_n}$	1					
8	$\sqrt{a_n^2+1}$	1					

Т-1002 Составление рекуррентной формулы

Последовательность задана несколькими первыми членами. Предложите рекуррентную формулу, по которой вычисляются ее члены.

1	10, 7, 4, 1, –2, –5, …	$a_{n+1} =$
2	2, 6, 18, 54, 162, 486, …	$a_{n+1} =$
3	2, 3, 5, 9, 17, 33, …	$a_{n+1} =$
4	$2, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, \ldots$	$a_{n+1} =$
5	$3, \frac{1}{3}, 3, \frac{1}{3}, 3, \frac{1}{3}, \ldots$	$a_{n+1} =$
6	1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, …	$a_{n+1} =$

Т-1003 Формула общего члена

Последовательность $a_1, a_2, \ldots$ задана формулой общего члена.

Последовательность $d_1, d_2, \ldots, d_n$ – последовательность разностей:

$$d_1 = a_2 - a_1,\ d_2 = a_3 - a_2,\ \ldots;\ d_n = a_{n+1} - a_n.$$

Заполните таблицу.

	a_n	a_1	a_2	a_{10}	a_{2n}	d_1	d_2	d_n
1	$1 - 3n$							
2	$n^2 - n + 1$							
3	$\frac{n(n+3)}{2}$							
4	$n^3 - n^2$							
5	$\frac{n+6}{n}$							
6	$2\sqrt{n-1}$							
7	$\frac{n!}{2}$							
8	$2 \cdot 3^{n-1}$							

	a_n	a_1	a_2	a_{10}	a_{2n}	d_1	d_2	d_n
9	$\frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$							
10	$(-1)^n 2^{\frac{n}{2}}$							

Т-1004 Составление арифметической прогрессии

Выпишите арифметические прогрессии, состоящие из натуральных чисел, не превышающих 50, с разностью $d = 4$. Найдите число простых чисел в каждой из этих прогрессий.

Арифметические прогрессии	Число простых чисел
1, 5, … , 49	
2, 6, … , 50	
3, 7, … , 47	
4, 8, … , 48	

Т-1005 Арифметические прогрессии, составленные из простых чисел

Найдите все тройки простых чисел, не превышающих 100 и являющихся последовательными членами арифметической прогрессии с разностью 2 и с разностью 4.

Простые числа от 1 до 100: 2, 3, 5, 7, …

Ответ:

№ п/п	Прогрессии с $d = 2$	Прогрессии с $d = 4$
1		
2		
3		

Т-1006 Арифметическая прогрессия из целых чисел

Между числами –1 и 24 поместите еще четыре числа так, чтобы все 6 чисел составляли арифметическую прогрессию.

–1					24

Т-1007 Нахождение параметров арифметической прогрессии

В арифметической прогрессии a_1, a_2, … разность обозначена через d, сумма n членов через s_n. Используя табличные данные, найдите указанные параметры прогрессии.

	Дано	Найти	
1	$a_1 = 5$; $a_5 = 17$	$d =$	$a_{10} =$
2	$a_3 = 1{,}6$; $d = –0{,}2$	$a_1 =$	$a_{20} =$
3	$a_1 = –1$; $a_{10} = 17$	$d =$	$a_2 + a_9 =$ $a_5 =$
4	$d = –2{,}5$; $a_5 = 0$	$a_1 =$	$a_2 + a_3 + a_4 =$
5	$a_1 + a_5 = 30$	$a_3 =$	$d =$
6	$a_n = 3n – 0{,}5$	$d =$	$a_{n-1} + a_{n+1} =$

Т-1008 **Геометрические прогрессии. Нахождение параметров прогрессии**

В геометрической прогрессии a_1, a_2, … знаменатель обозначен через q. Используя табличные данные, найдите указанные параметры прогрессии.

	Дано	Найти		
1	$a_2 = 3;\ a_5 = 81$	$q =$	$a_3 =$	$a_n =$
2	$a_3 = 2;\ q = \sqrt{2}$	$a_1 =$	$a_{10} =$	$a_n =$
3	$q = -\frac{1}{2};\ a_7 = \frac{1}{32}$	$a_1 =$	$a_1a_7 + a_2a_6 +$ $+ a_3a_5 =$	$a_n =$
4	$a_1 + a_3 = 15;$ $a_1 + a_5 = 51$	$a_1 =$	$q =$	$a_1a_5 + a_3^2 =$
5	$a_n = 3^{n-2};\ a_k = 729$	$q =$	$k =$	$a_1 =$
6	$a_n = 2^{9-n};\ a_k = \frac{1}{2}$	$q =$	$k =$	$a_1 =$

Т-1009 **Геометрическая прогрессия. Нахождение *n*-го члена**

Дана геометрическая прогрессия. Проверьте, может ли она содержать число A. Если да, то на каком месте оно находится?

№ п/п	Прогрессии	Число A	n	да	нет
1	1; 3; 9; 27; …	2187			
2	3; 1,5; 0,75; …	0,0015			
3	243; 81; 27; …	$\frac{1}{30}$			
4	32; $16\sqrt{2}$; 16; …	0,25			

№ п/п	Прогрессии	Число A	n	да	нет
5	$13; -6\frac{1}{2}; 3\frac{1}{4}; \ldots$	$-0{,}203125$			

Т-1010 Суммирование арифметической прогрессии

В арифметической прогрессии a_1, a_2, … разность обозначена через d, сумма n членов через s_n. Используя табличные данные, найдите указанные параметры прогрессии.

	Дано	Найти	
1	$a_1 = -13$; $d = \frac{8}{9}$	$a_{10} =$	$s_{10} =$
2	$a_1 = 41$; $d = -3$	$a_{50} =$	$s_{50} =$
3	$a_1 = -12$; $a_{12} = 76$	$d =$	$s_{13} =$
4	$a_1 = -2{,}5$; $a_{40} = -22$	$d =$	$s_{39} =$
5	$a_1 = 5$; $a_5 = 17$	$d =$	$s_{10} =$
6	$a_3 = 1{,}6$; $d = -0{,}2$	$a_1 =$	$s_{20} =$
7	$a_1 = -1$; $s_{10} = 80$	$d =$	$a_{10} =$
8	$d = -2{,}5$; $s_5 = 25$	$a_1 =$	$a_5 =$
9	$a_n = -8 + 2n$	$a_1 =$ $a_{20} =$	$s_{20} =$
10	$a_n = 3 - 0{,}5n$	$a_1 =$ $a_{20} =$	$s_{20} =$
11	$s_3 = -33$; $s_4 = -49$	$a_4 =$	$s_7 =$
12	$a_1 = 5 - \sqrt{2}$; $s_{11} = 99\sqrt{2}$	$a_6 =$	$d =$
13	$s_4 = 46$; $s_6 = 111$	$a_1 =$	$d =$
14	$s_n = -n^2 + n + 2$	$d =$	$a_n =$
15	$s_n = 3n^2 - 2n$	$d =$	$a_n =$

	Дано	Найти	
16	$s_5 = 55$, $s_{10} = 235$	$d =$	$s_{15} =$
17	$s_5 = 10$, $s_{10} = 5$	$d =$	$s_{15} =$
18	$s_m = n$ $(m \neq n)$, $s_n = m$	$d =$	$s_{m+n} =$
19	$s_5 = a$, $s_{10} = a$	$d =$	$s_{15} =$
20	$s_m = a$, $s_n = a$	$d =$	$s_{m+n} =$

Т-1011 Суммирование геометрической прогрессии

В геометрической прогрессии a_1, a_2, … знаменатель обозначен через q, сумма n членов через s_n. Используя табличные данные, найдите указанные параметры прогрессии.

	Дано	Найти		
1	$a_1 = 1$, $q = \sqrt{2}$	$a_{10} =$	$s_{10} =$	
2	$a_1 = 2$, $q = \sqrt{3}$	$a_5 =$	$s_5 =$	
3	$a_2 = 3$; $a_5 = 81$	$q =$	$s_5 =$	$a_n =$
4	$a_3 = 2$; $q = \sqrt{2}$	$a_1 =$	$s_{10} =$	$a_n =$
5	$q = -\dfrac{1}{2}$; $s_7 = \dfrac{43}{32}$	$a_1 =$	$a_7 =$	$s_n =$
6	$q = -\dfrac{1}{2}$; $s_6 = 2\dfrac{5}{8}$	$a_1 =$	$s_n =$	
7	$\dfrac{s_6}{s_3} = 9$; $a_2 = 1$	$a_1 =$	$q =$	$s_n =$
8	$a_1 + a_3 = 15$; $a_1 + a_5 = 51$	$a_1 =$	$q =$	$s_n =$

	Дано	Найти		
9	$s_4 - s_2 = -18$; $s_7 - s_5 = 486$	$a_1 =$	$q =$	$s_n =$
10	$s_n = 3^{n+1} - 3$	$a_1 =$	$q =$	$a_n =$
11	$s_n = 27 - 3^{3-n}$	$a_1 =$	$q =$	$a_n =$
12	$s_n = 2^n - 1$	$a_1 =$	$q =$	$a_n =$

Т-1012 Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

Найдите q и сумму всех членов последовательности.

№	Последовательность	q	Ответ
1	$S = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \ldots$		$S =$
2	$S = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \ldots$		$S =$
3	$S = 10 - \sqrt{10} + 1 - \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{1}{10} - \ldots$		$S =$
4	$S = \frac{2+3}{6} + \frac{2^2+3^2}{6^2} + \frac{2^3+3^3}{6^3} + \ldots$		$S =$

Т-1013 **Периодические десятичные дроби**

Обратите периодическую десятичную дробь в обыкновенную.

№	Дробь	Запись в виде прогрессии	Ответ
1	1,444…		
2	0,777…		
3	0,1333…		
4	2,242424…		
5	10,01161616…		
6	123,(123)		

Т-1014 **Суммирование прогрессий**

Вычислите сумму.

№	Сумма	Ответ
1	$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots + (2n-1)^2 - (2n)^2$	
2	$1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \ldots + 101^2 - 103^2$	
3	$1 - 3 + 5 - 7 + \ldots + (4n-3) - (4n-1)$	
4	Сумма s_n первых n натуральных чисел, дающих при делении на 5 остаток 3	
5	$(3-2) + (3^2 - 2^2) + \ldots + (3^n - 2^n)$	
6	$\left(2+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(2+\frac{1}{2^2}\right)^2 + \ldots + \left(2+\frac{1}{2^n}\right)^2$	

Т-1015 Метод математической индукции

Докажите формулу методом математической индукции.

1. Формула $s_n = 1^2 + 3^2 + 5^2 +$ $+ \ldots + (2n-1)^2 =$ $= \dfrac{n(4n^2-1)}{3}$	База индукции (проверка формулы для 2-3 первых значений n) $1^2 =$ $1^2 + 3^2 =$
Индукционный переход $s_n = \dfrac{n(4n^2-1)}{3} \Rightarrow$ $s_{n+1} =$	Проведение индукционного перехода $s_{n+1} = s_n + a_{n+1} =$
2. Формула $s_n = 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 +$ $+ \ldots + n \cdot 2^{n-1} =$ $= (n-1)\, 2^n + 1$	База индукции (проверка формулы для 2-3 первых значений n)
Индукционный переход $s_n = (n-1)\, 2^n + 1 \Rightarrow$ $s_{n+1} =$	Проведение индукционного перехода $s_{n+1} = s_n + a_{n+1} =$
3. Формула $P_n = \left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\cdot\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\cdot$ $\cdot \ldots \cdot \left(1-\dfrac{1}{n^2}\right) = \dfrac{n+1}{2n}$	База индукции (проверка формулы для 2-3 первых значений n)
Индукционный переход $P_n = \dfrac{n+1}{2n} \Rightarrow$ $P_{n+1} =$	Проведение индукционного перехода $P_{n+1} = P_n \cdot a_{n+1} =$

Докажите неравенство методом математической индукции.

1. Неравенство $n\,! > 2^n$ $n \geq 4$	База индукции
Индукционный переход $n\,! > 2^n \Rightarrow$	Проведение индукционного перехода $(n + 1)\,! = (n + 1) \cdot n\,! >$
2. Неравенство $1 + \frac{1}{2!} + \ldots + \frac{1}{n!} \leq$ $\leq 2 - \frac{1}{n!}$	База индукции
Индукционный переход $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!} \leq 2 - \frac{1}{n!} \Rightarrow$	Проведение индукционного перехода $\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{k!} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!} + \frac{1}{(n+1)!} \leq$
3. Формула $P_n = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot$ $\cdot \ldots \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geq n + 1$	База индукции
Индукционный переход $P_n \geq n + 1 \Rightarrow$	Проведение индукционного перехода $P_{n+1} = P_n \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right) \geq$

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

ЛР-1001 Окружность, вписанная в угол
ЛР-1002 Квадрат, вписанный в круг
ЛР-1003 Линейное рекуррентное соотношение первого порядка
ЛР-1004 Приближенное вычисление квадратичных иррациональностей

ЛР-1001 Окружность, вписанная в угол

А. В угол 60° вписана окружность радиуса $R = R_1$. Следующая окружность вписывается в угол (со стороны, противоположной вершине), так чтобы она касалась первой окружности. Пусть ее радиус равен R_2. Этот процесс продолжается далее и получается последовательность окружностей растущих радиусов $R = R_1, R_2, R_3, \ldots$.

1) Вычислите отношение $q = \dfrac{R_2}{R_1}$.

2) Докажите, что $R_1, R_2, \ldots$ является геометрической прогрессией со знаменателем q.

3) Вычислите сумму n членов этой прогрессии.

4) При каком наименьшем n радиус окружности R_n станет больше $10000R_1$?

Б. 1. Вернемся к окружностям, вписанным в угол 60°. Теперь будем вписывать окружности по направлению к вершине, т. е. $R_2 < R_1$.

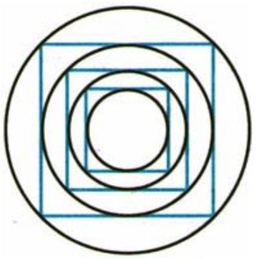
1) Вычислите соотношение $q = \dfrac{R_2}{R_1}$. $q =$

2) Докажите, что последовательность радиусов R_1, R_2, … является бесконечно убывающей геометрической прогрессией со знаменателем q.

3) Найдите сумму прогрессии $R_1 + R_2 + \ldots$. $S =$

4) Найдите сумму T площадей кругов с радиусами R_1, R_2, … . $T =$

ЛР-1002 Квадрат, вписанный в круг



В круг вписывают квадрат, в этот квадрат вписывают новый круг, в этот круг произвольно вписывают новый квадрат, в него снова круг и т. д. до бесконечности. Пусть сторона первого квадрата равна 1. Обозначим через t_n площадь фигуры, получающейся из n-ого квадрата удалением из него вписанного круга.

1) Вычислите сторону a_n n-ого квадрата и радиус r_n n-ого круга.

$a_n =$ $r_n =$

2) Вычислите t_n. $t_n =$

3) Найдите сумму $t = t_1 + t_2 + \ldots$

ЛР-1003 Линейное рекуррентное соотношение первого порядка

Рекуррентное соотношение вида $a_{n+1} = qa_n + r$ называется линейным рекуррентным соотношением первого порядка.

1. Как называется последовательность, удовлетворяющая рекуррентному соотношению $a_{n+1} = qa_n$?

Ответ:

Как записывается общий член последовательности, удовлетворяющий этому соотношению?

Ответ: $a_n =$

2. а) Найдите постоянную последовательность (т. е. последовательность, у которой $a_n = c$ для всех n), удовлетворяющую соотношению $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + r$.

Выкладки: $c = \frac{1}{2} \cdot$

Ответ: $c =$

б) Тот же вопрос для соотношения $a_{n+1} = qa_n + r$ ($q \neq 1$). Ответ: $c =$

в) Существуют ли постоянные последовательности, удовлетворяющие соотношению при $q = 1$: $a_{n+1} = a_n + r$?

3. Как называется последовательность, удовлетворяющая линейному рекуррентному соотношению при $q = 1$: $a_{n+1} = a_n + r$? Какова формула общего члена этой последовательности?

Ответ: $a_n =$

4. Пусть последовательность $a_1, a_2, \dots$ удовлетворяет соотношению $a_{n+1} = qa_n + r$, а последовательность $b_1, b_2, \dots$ удовлетворяет соотношению $b_{n+1} = qb_n$. Докажите, что последовательность $c_1, c_2, \dots$, где $c_n = a_n + b_n$ удовлетворяет соотношению $c_{n+1} = qc_n + r$.

Доказательство: $c_{n+1} = a_{n+1} + b_{n+1} =$

5. Докажите, что общий член любой последовательности c_n, удовлетворяющий соотношению $c_{n+1} = qc_n + r$ ($q \neq 1$), может быть записан в виде $c_n = a_n + \frac{r}{q-1}$, где (a_n) удовлетворяет соотношению $a_{n+1} = qa_n$, т. е. является геометрической прогрессией.

Вывод: общий член любой последовательности c_n, удовлетворяющий соотношению $c_{n+1} = qc_n + r$ ($q \neq 1$) может быть записан в виде

$c_n =$

(подставьте вместо a_n формулу общего члена геометрической прогрессии со знаменателем q и первым членом a_1).

6. Пусть последовательность c_n удовлетворяет соотношению $c_{n+1} = qc_n + r$ $(q \neq 1)$ и имеет первый член, равный c_1. Найдите a_1 из полученной выше общей формулы $c_n = a_1 q^n + \frac{r}{q-1}$.

7. Дайте формулу общего члена последовательности, удовлетворяющей данному соотношению.

	a_1	Соотношение	Ответ
1	1	$a_{n+1} = 2a_n + 3$	$a_n =$
2	0	$a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n + 1$	$a_n =$
3	–1	$a_{n+1} = 3a_n + 2$	$a_n =$
4	0	$a_{n+1} = 3a_n + 2$	$a_n =$

ЛР-1004 Приближенное вычисление квадратичных иррациональностей

1. Найдите с помощью калькулятора семь верных знаков после запятой числа $\alpha = 1 + \sqrt{3}$.

Ответ: $\alpha = 2,$

2. Найдите первые 10 членов последовательности, заданной рекуррентно $a_1 = 1$; $a_{n+1} = 2\left(1 + \frac{1}{a_n}\right)$.

Вычисления ведите с обыкновенными дробями, а затем запишите их десятичные приближения.

$a_1 = 1$	$a_6 =$
$a_2 =$	$a_7 =$
$a_3 =$	$a_8 =$
$a_4 =$	$a_9 =$
$a_5 =$	$a_{10} =$

3. Сравните числа $1+\sqrt{3}$ и a_{10}: $\left|a_{10}-1-\sqrt{3}\right| \approx$

4. Решите уравнение $x = 2\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$, если $x > 0$.

$x =$

5. Заметим, что $\sqrt{3} = \left(1+\sqrt{3}\right)-1$. Поэтому, если a_n является приближенным значением числа $1+\sqrt{3}$, то $b_n = a_n - 1$ должно быть приближенным значением числа $\sqrt{3}$.

Подставьте в рекуррентную формулу для последовательности (a_n) вместо a_n его выражение через b_n: $a_n = b_n + 1$. Получите рекуррентную формулу для последовательности (b_n).

$b_{n+1} =$

6. Подсчитайте 10 членов последовательности (b_n) и сравните их со значением $\sqrt{3}$.

$|b_{10} - \sqrt{3}\,| \approx$

7. Подставьте в рекуррентную формулу для b_n вместо b_{n+1} и b_n неизвестное x ($x > 0$) и решите полученное уравнение.

Вывод: если последовательность (c_n), заданная рекуррентным соотношением вида $c_{n+1} = f(c_n)$, дает все более точные приближения к некоторому числу x, то это число должно быть корнем уравнения $x = f(x)$.

Предложенный метод позволяет строить рекуррентные формул для приближенных вычислений.

8. К какому числу должны приближаться члены последовательности, заданной рекуррентным соотношением $a_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{2d}{x}\right)$, $x > 0$, $a_1 = 1$?

$x =$

9. Вычислите по формуле предыдущего пункта приближения с точностью до 0,001 к числам $\sqrt{d}$ при трех выбранных вами значениях d.

$d_1 = \sqrt{}$; $d_1 \approx$; $d_2 = \sqrt{}$; $d_2 \approx$; $d_3 = \sqrt{}$; $d_3 \approx$

10. Придумайте рекуррентную формулу для вычисления положительного корня уравнения $x^2 - 2x - d = 0$ ($d > 0$).

Проверьте эту формулу для выбранного вами значения d. В качестве a_1 возьмите значение $a_1 = 1$. $d =$; $x =$ $\approx$

КОНТРОЛЬНЫЕ ТЕСТЫ

КТ-1001 Арифметическая прогрессия
КТ-1002 Геометрическая прогрессия

На каждый вопрос найдите единственный правильный ответ.

КТ-1001 Арифметическая прогрессия

1. Дана последовательность чисел –20,5; –19; –17,5, …, которая является арифметической прогрессией.

1.1. Формула ее общего члена имеет вид

А) $a_n = \dfrac{3n-66}{2}$ Б) $a_n = \dfrac{3n-44}{2}$ В) $a_n = 1{,}5n - 20$ Г) верного ответа нет

1.2. Рекуррентное соотношение для этой прогрессии имеет вид:

А) $a_1 = –20{,}5$; $a_{n+1} = a_n – 1{,}5$ Б) $a_1 = –20{,}5$; $a_{n+1} = a_n + 1{,}5$

В) $a_1 = –20{,}5$; $a_{n+1} = a_1 – 1{,}5n$ Г) верного ответа нет

1.3. Количество отрицательных чисел, которое содержит эта последовательность, равно

А) 15 Б) 12 В) 14 Г) верного ответа нет

1.4. Сумма n первых членов станет положительной, начиная

А) с 25 номера Б) с 28 номера В) с 29 номера Г) верного ответа нет

1.5. Значение выражения $(a_1 + a_3 + a_5 + \ldots + a_{99}) – (a_2 + a_4 + a_6 + \ldots + a_{100})$, где a_1, a_2, a_3, …, a_{100} – члены этой последовательности равно

А) –148,5 Б) –150 В) –75 Г) верного ответа нет

2. Арифметическая прогрессия задана формулой общего члена $a_n = \dfrac{n-8}{1{,}25}$.

2.1. Сумма первого и второго членов этой прогрессии равна

А) –10,4 Б) $-16\dfrac{1}{4}$ В) –6,8 Г) верного ответа нет

2.2. Разность d этой прогрессии равна

А) $\dfrac{5}{4}$ Б) $-\dfrac{32}{5}$ В) 0,8 Г) верного ответа нет

2.3. Эта прогрессия содержит число, равное

А) –4 Б) 12 В) оба числа Г) верного ответа нет

2.4. Сумма десяти первых членов прогрессии равна

А) –0,2 Б) 1,6 В) –31,25 Г) верного ответа нет

2.5. Сумма n первых членов (s_n) вычисляется по формуле:

А) $s_n = \frac{4}{5}n(n-8)$ Б) $s_n = \frac{5}{4}n(n-8)$ В) $s_n = 0{,}4n^2 - 6n$ Г) верного ответа нет

3. Сумма n первых членов арифметической прогрессии вычисляется по формуле $s_n = -3n^2 + 21n$.

3.1. Сумма двух первых членов этой прогрессии равна

А) 54 Б) 48 В) 30 Г) верного ответа нет

3.2. Разность этой прогрессии равна

А) –6 Б) 12 В) 6 Г) верного ответа нет

3.3. Формула общего члена прогрессии имеет вид:

А) $a_n = 6n + 12$ Б) $a_n = 12n + 6$ В) $a_n = 24 - 6n$ Г) верного ответа нет

3.4. Наибольшее значение суммы n первых чисел арифметической прогрессии равно

А) наибольшего значения сумма s_n арифметической прогрессии принимать не может Б) 36 В) 36,75 Г) верного ответа нет

3.5. Может ли членом этой последовательности быть число ноль? Если да, то на каком месте оно находится.

А) нет Б) да, на 4-ом месте В) да, на 7-ом месте Г) верного ответа нет

4. В арифметической прогрессии $a_4 = c$, $a_7 = b$.

4.1. Формула общего члена прогрессии при $c = 58$, $b = 40$ имеет вид

А) $a_n = 68 - 6n$ Б) $a_n = 82 - 6n$ В) $a_n = 6n - 68$ Г) верного ответа нет

4.2. При $c = 58$, $b = 40$ сумма всех положительных членов прогрессии равна

А) 520 Б) 518 В) 510 Г) верного ответа нет

4.3. Сумма десяти ее первых членов равна

А) $\frac{c+b}{0{,}2}$ Б) $(c + b) \cdot 10$ В) $(3b - c) \cdot 5$ Г) верного ответа нет

4.4. Первый член этой прогрессии равен

А) $2c - b$ Б) $c - 3b$ В) $b - 3c$ Г) верного ответа нет

4.5. Среди членов прогрессии число $7b - 6c$ занимает

А) 25 место Б) 18 место В) 14 место Г) верного ответа нет

КТ-1002 Геометрическая прогрессия

1. Какая из последовательностей составляет геометрическую прогрессию?

А) 1, 2, 4, 16, … Б) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$ В) 4, 8, 24, …

Г) геометрической прогрессии нет

2. Найдите формулу общего члена геометрической прогрессии: 1; $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $-\frac{1}{27}$; … .

А) $a_n = -\frac{1}{3} \cdot 3^n$ Б) $a_n = (-3)^{1-n}$ В) $a_n = \pm\frac{1}{3^n}$ Г) верного ответа нет

3. Геометрическая прогрессия задана формулой общего члена $a_n = (-5)^{1-n}$. Знаменатель этой прогрессии равен

А) –5 Б) $\frac{1}{5}$ В) $-\frac{1}{5}$ Г) верного ответа нет

4. В геометрической прогрессии $a_1 = 72$, $q = 0{,}5$. Шестой член этой прогрессии равен

А) $\frac{9}{4}$ Б) $\frac{9}{8}$ В) $\frac{9}{2}$ Г) верного ответа нет

5. Число 128 является членом геометрической прогрессии 4, 8, 16, … . Номер этого числа

А) $n = 5$ Б) $n = 6$ В) $n = 7$ Г) верного ответа нет

6. В геометрической прогрессии $a_5 = -\frac{16}{27}$, $a_1 = -3$. Знаменатель этой прогрессии равен

А) $\pm\frac{2}{3}$ Б) $\pm\frac{4}{9}$ В) $\frac{2}{3}$ Г) верного ответа нет

7. В геометрической прогрессии $q > 0$, $a_4 = 8$, $a_6 = 76$. Формула общего члена этой прогрессии имеет вид:

А) $a_n = \left(\sqrt{2}\right)^{2n-2}$ Б) $a_n = 2\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}$ В) $a_n = 2\left(\sqrt{2}\right)^{n}$ Г) верного ответа нет

8. Для геометрической прогрессии, заданной формулой общего члена $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+2}$ найдите a_{2n+4}.

А) $\frac{0{,}25^n}{64}$ Б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{n+2}$ В) $-\frac{1}{64} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$ Г) верного ответа нет

9. Для геометрической прогрессии, заданной формулой общего члена $a_n = \frac{2}{5^n}$, найдите a_{2n-1}.

А) $0{,}4 \cdot 5^{-2n}$ Б) $10 \cdot 0{,}04^n$ В) $\frac{4}{5^n} - 1$ Г) верного ответа нет

10. Сумма второго и четвертого членов геометрической прогрессии равна –30, а третьего и пятого равна 90. Сумма пяти членов это прогрессии равна

А) 61 Б) 59 В) 57 Г) верного ответа нет

11. Второй член геометрической прогрессии меньше третьего на 1,5, а третий меньше четвертого на 3. Формула общего члена этой прогрессии имеет вид:

А) $a_n = 3 \cdot 2^{n-3}$ Б) $a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ В) $a_n = 1{,}5 \cdot 2^{n-1}$ Г) верного ответа нет

12. Геометрическая прогрессия задана формулой общего члена: $a_n = 3 \cdot 2^{2n-1}$. Сумма четырех первых членов этой прогрессии равна

А) 384 Б) 510 В) 378 Г) верного ответа нет

13. В геометрической прогрессии $b_4 = -5$, $q = -0{,}2$, тогда сумма четырех первых членов этой прогрессии равна

А) 437,5 Б) 780 В) 520 Г) верного ответа нет

14. Сумма двух первых членов геометрической прогрессии с отрицательными числами равна –40, а трех первых равна –42. Тогда формула общего члена прогрессии имеет вид:

А) $a_n = -2^{2n+3}$ Б) $a_n = (-2)^{6-2n}$ В) $a_n = \frac{-8}{4^{n-1}}$ Г) верного ответа нет

15. Сумма n первых членов геометрической прогрессии находится по формуле: $s_n = 3 \cdot (2^{2n} - 1)$, тогда a_1 и q соответственно равны:

А) $a_1 = 9$, $q = 3$ Б) $a_1 = 9$, $q = 5$ В) $a_1 = 9$, $q = 4$ Г) верного ответа нет

16. Сумма n первых членов геометрической прогрессии равна $s_n = \frac{-182}{9}$, $q = -3$, $b_n = -27$. Тогда n равно

А) $n = 5$ Б) $n = 6$ В) $n = 7$ Г) верного ответа нет

17. Сумма всех членов геометрической прогрессии –25, –5, –1, … равна

А) –31 Б) –20 В) –31,25 Г) верного ответа нет

18. Сумма всех членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, первый член которой $a_1 = 36$, равна 54. Тогда формула общего члена имеет вид:

А) $a_n = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ Б) $a_n = \frac{4}{3^{n-3}}$ В) $a_n = \frac{36}{3^{n+1}}$ Г) верного ответа нет

19. Периодическая десятичная дробь 0,1(2) равна обыкновенной дроби

А) $\frac{11}{90}$ Б) $\frac{29}{90}$ В) $\frac{2}{9}$ Г) верного ответа нет

20. Периодическая десятичная дробь 1,(36) равна обыкновенной дроби

А) $\frac{18}{13}$ Б) $\frac{15}{11}$ В) $\frac{26}{19}$ Г) верного ответа нет