

Тестовые задания

- T-13** Сложение многочленов
T-14 Умножение многочленов
T-15 Многочлены с одной буквой
T-16 Квадрат суммы и разности
T-17 Куб суммы и разности
T-18 Разность квадратов
T-19 Сумма и разность кубов
T-20 Разложение на множители
T-21 Квадратный трехчлен
T-22 Размещения и перестановки

T-13**Сложение многочленов**

- 1** Приведите многочлены к стандартному виду.

1 $2 + 3x^5 - 2x^2 + 4x - x^4 + x^3$	
2 $a - 2b^2 + 3ab - 2 + 4b - a^2$	
3 $3(2 - ab + a^2 + b^2) - 2(ab - 2a^2)$	
4 $2(1 - x - x^4) + 5(x^4 - x^3)$	

- 2** Заполните таблицу, сложив каждый многочлен в колонке с каждым многочленом в ряду.

	$3(a^3 + b^3)$	$a^2b + 2ab^2$	$b^3 - ab^2$
$2(a^3 - a^2b + ab^2 - 3b^3)$			
$-3a^3 - 2ab^2 - 4b^3$			
$-3b^3 + ab^2 - a^2b$			

Теория: Многочлен с одной буквой в стандартном виде записывается по убывающим степеням буквы. Многочлен с несколькими буквами разбивается на однородные составляющие. Эти составляющие располагаются в стандартной записи по убывающим степеням.

Указание: Стандартный вид однородного многочлена с двумя буквами выберите так, чтобы его составляющие шли по убывающим степеням первой буквы.

Пример: $a^4, a^3b, a^2b^2, ab^3, b^4$.

Реакция: Посмотрите в указании, в каком порядке надо записывать слагаемые многочлена с двумя буквами.

Т-14

Умножение многочленов

- 1** Перемножьте, сложите подобные члены, запишите ответ в стандартном виде:

1 $a(a + 2b - 1) - b(a + b + 3)$	
2 $(2a - b + 3)b + (a + 4b - 1)a$	
3 $x(x^2 - xy + y^2) - y(2x^2 + xy - 2y^2)$	
4 $(x + y)(2x^2 - xy + y^2)$	

- 2** Заполните таблицу, перемножив каждый многочлен в колонке с каждым многочленом в ряду:

	$2a - b$	$a^2 - ab$	$a - 1$
$a + b$			
$a - b + 1$			
$a^2 - 2b^2$			

Т-15

Многочлены с одной буквой

1 Выполните вычисления и приведите многочлены к стандартному виду:

1 $x(x^2 - 1) + 3x^2(x + 1) - 2x^3$	
2 $(x + 2)(x - 1)(x + 4)$	
3 $(x - 3)(x + 5) + 2(x - 2)(x + 3)$	
4 $(x^2 + 2x - 1)(2x^2 - x + 2)$	

2 Заполните таблицу, перемножив каждый многочлен в колонке с каждым многочленом в ряду:

	$x^2 - x + 1$	$x^2 - x - 1$	$2x^2 + x - 3$
$x + 1$			
$x - 2$			
$x + 3$			
$2x - 1$			

Т-16

Квадрат суммы и разности

1 Возведите в квадрат:

1 $(x + 2)^2$	
2 $(2x - 1)^2$	
3 $(2a + 3b)^2$	
4 $(b - 0,5c)^2$	
5 $(xy + y^2)^2$	
6 $(x + y + 1)^2$	
7 $(a - 2b - 3c)^2$	
8 $(xy + yz + zx)^2$	

- 2** Подберите слагаемое или коэффициент так, чтобы получился полный квадрат и запишите его:

1 $a^2 + 6a + \square$	
2 $x^2 - \square x + 36$	
3 $\square a^2 - 30ab + 9b^2$	
4 $\square + 24x^2y + 16y^2$	
5 $\square - 4a^2b^3 + \square$	
6 $x^6 + \square + y^6$	
7 $\square y^2 + 2xyz + z^2$	
8 $\square - 2ab + 4b^2$	

1 Возведите в куб:

1 $(x - 1)^3$	
2 $(a + 2)^3$	
3 $(2a + 3b)^3$	
4 ...	
5 $(xy - y^2)^3$	
6 $(a^3 - b^3)^3$	
7 $(a + b - 1)^3$	
8 $(x - 2y + z)^3$	

2 Подберите слагаемые или коэффициент так, чтобы получился полный куб и запишите его:

<p>1 $a^3 + 6a^2b + \square + 8b^3$</p>	
<p>2 $a^3 - 9a^2b + 27ab^2 - \square$</p>	
<p>3 $8x^3 + \square x^2y + \square + y^3$</p>	
<p>4 $\square - 3x^6y + \square - y^3$</p>	
<p>5 $x^3 + \square + \square - y^6$</p>	
<p>6 $a^6 - 15a^4 + \square + \square$</p>	
<p>7 $0,001x^3 + \square + \square + y^3$</p>	
<p>8 $\square - 3x^2y^2z + 3xyz^2 - \square$</p>	

1 Перемножьте:

1 $(2x + y)(2x - y)$

2 $(a - \frac{b}{a})(a + \frac{b}{a})$

3 $(x^2 - 3y^2)(x^2 + 3y^2)$

4 $(xy + 2)(xy - 2)$

5 $(2a^2 - 5b)(2a^2 + 5b)$

6 $(6a - 3)(2a + 1)$

7 $(a + b + 1)(a - b + 1)$

8 $(x + y - z)(x + y + z)$

2 Автомат A работает следующим образом: когда в него вводят разность двух одночленов, он ее умножает на их сумму. Например,

$$A(1 - x) = (1 - x)(1 + x) = 1 - x^2,$$

$$A(1 - x^2) = (1 - x^2)(1 + x^2) = 1 - x^4, \text{ т. е. } (A \circ A)(1 - x) = 1 - x^4$$

1 Вычислите $(A \circ A \circ A)(1 - x) =$

2 Вычислите $A(a^3 - b^3) =$

3 Сколько раз надо применить автомат A к выражению $1 - x$, чтобы получить $1 - x^{32}$?

4 Что нужно ввести в автомат и сколько раз его применить, чтобы получить $a^8 - b^8$?

5 Что нужно ввести в автомат, чтобы вычислить $1,01 \cdot 0,99$?

1 Заполните пустые места так, чтобы получились верные равенства:

$$1 \quad (x - 2)(x^2 + 2x + 4) = x^3 - 8$$

$$2 \quad (x + \square)(x^2 - 3xy + 9y^2) = x^3 + 27y^3$$

$$3 \quad (3x - 2y)(9x^2 + \square xy + 4y^2) = 27x^3 - 8y^3$$

$$4 \quad (2a + \square)(4a^2 - 2ab + \square) = 8a^3 + \square$$

$$5 \quad (8 - xy)(64 + \square xy + x^2y^2) = 2^9 - \square$$

$$6 \quad (3x + 2y)(9x^2 + 4y^2 - \square xy) = 27x^3 + 8y^3$$

$$7 \quad (a^2 - 6b^3)(a^4 + 6a^2b^3 + 36b^6) = a^6 - 216b^9$$

$$8 \quad (x - 2)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x^2 + 2x + 4) = x^6 - 64$$

2 Укажите (не вычисляя кубы) какие-либо простые делители числа:

$$1 \quad 6^3 + 5^3$$

$$2 \quad 7^3 - 4^3$$

$$3 \quad 3^3 + 7^3 + 5^3 + 15^3$$

$$4 \quad 1234^3 + 4321^3$$

1 Разложите многочлены на множители:

<p>1 $ax + ay + b(x + y)$</p>	
<p>2 $xz + yz - 2xt - 2yt$</p>	
<p>3 $ax^2 - ay^2 - bx^2 - cx^2 + cy^2 + by^2$</p>	
<p>4 $a^4 - a^3 + a - 1$</p>	
<p>5 $x^5 - x^3 - x^2 + 1$</p>	
<p>6 $x^2 - y^2 + yz + xy + xz - xy$</p>	
<p>7 $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$</p>	
<p>8 $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$</p>	

2 У каких многочленов при разложении на множители появится множитель $x+y$?

1 $x^2 - y^2$	
2 $x^2 + y^2$	
3 $x^3 - y^3$	
4 $x^2 + 2xy + y^2$	
5 $x^2 + 2xy + 3y^2$	
6 $x^2 + 3xy - 2y^2$	
7 $x^3 + 4x^2y - 3y^3$	
8 $x^4 + 3x^3y + 3x^2y^2 + xy^3$	

Т-21

Квадратный трехчлен

1 Выделите полный квадрат, т. е. представьте квадратный трехчлен в виде $(x + a)^2 + b$.

1 $x^2 + 6x + 1$

2 $x^2 - 4x + 3$

3 $x^2 + 8x$

4 $x^2 - x - 1$

5 $x^2 + 3x$

6 $x^2 - 10x + 25$

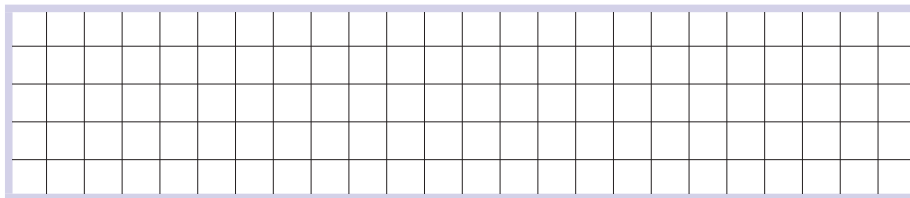
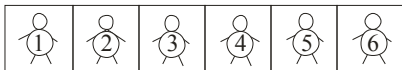
7 $x^2 + 5x - 3$

8
 $x^2 + \frac{1}{2}x - 1$

2 Разложите на множители:

1 $x^2 + 2x - 8$	
2 $x^2 - 4x + 3$	
3 $x^2 - x - 2$	
4 $x^2 + 8x - 9$	
5 $x^2 - 4xy - 5y^2$	
6 $x^2 + 3xy + 2y^2$	
7 $2x^2 + xy - y^2$	
8 $x^4 + 8x^2y^2 + 7y^4$	

6 Каким числом способов можно усадить в ряд 6 человек?



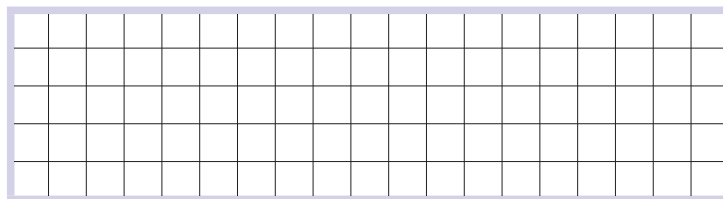
7 Каким числом способов можно усадить в ряд 4 мальчика и 4 девочки так, чтобы рядом с каждым мальчиком была девочка?



→ ...

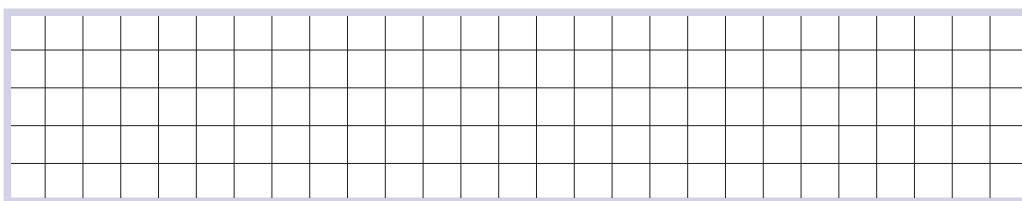


→ ...



8 Какое наименьшее число членов имеет симметричный многочлен, содержащий слагаемое $x^4y^3z^2t$?

$$x^4y^3z^2t \rightarrow x^3y^4z^2t + \dots$$



Лабораторные работы

ЛР-05 Деление многочленов с остатком

ЛР-06 Треугольник Паскаля

ЛР-07 Подсчет числа делителей

ЛР-08 Условные тождества

ЛР-05

Деление многочленов с остатком

Мы умеем делить уголком друг на друга целые числа.

Например:

$$\begin{array}{r} \square \begin{array}{r} 1\ 2\ 4\ 6 \\ \underline{1\ 1\ 1} \\ 1\ 3\ 6 \\ \underline{1\ 1\ 1} \\ 2\ 5 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{r} \square \begin{array}{r} 111 \\ \underline{11} \end{array} \end{array}$$

Неполное частное

Проверка

Остаток

$$1246 = 11 \cdot 111 + 25 = 1221 + 25$$

Деление целых чисел с остатком применяют для выделения целой части неправильной дроби:

$$\frac{1246}{111} = \frac{1221 + 25}{111} = \frac{1 \cdot 111 + 25}{111} = \frac{1 \cdot 111}{111} + \frac{25}{111} = 1 + \frac{25}{111}.$$

Аналогично можно делить многочлены.

$$\square \begin{array}{r} x^3 + 2x^2 + 4x + 5 \\ \underline{x^3 + x^2 + x} \\ x^2 + 3x + 5 \\ \underline{x^2 + x + 1} \\ 2x + 4 \end{array}$$

Неполное частное

Результат

Остаток

$$x^3 + 2x^2 + 4x + 5 = (x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) + 2x + 4$$

Особенно важно научиться делить многочлен на двучлен. Приведем еще один пример.

$$\square \begin{array}{r} x^3 + 2x^2 + 4x + 5 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ x^2 + 4x + 5 \\ \underline{x^2 + x} \\ 3x + 5 \\ \underline{3x + 3} \\ 2 \end{array}$$

Неполное частное

Результат

Остаток

$$x^3 + 2x^2 + 4x + 5 = (x + 1) \cdot (x^2 + x + 3) + 2$$

Если делимое обозначить буквой A , делитель – буквой B , неполное частное – буквой Q , а остаток – буквой R , то получим равенство $A = B \cdot Q + R$. Заметим, что степень остатка R меньше степени делителя Q .

1 Разделите многочлен A на многочлен B .

1 $A = x^2 + 3x - 5,$
 $B = x + 1$

2 $A = 3x^2 - 2x - 8,$
 $B = x - 2$

3 $A = 2x^3 + x - 3,$
 $B = x + 3$

4 $A = x^2 - 2x + 3,$
 $B = x^2 + x$

5 $A = x^3 + 1,$
 $B = x^2 - 1$

6 $A = x^4 - x^3 - 1,$
 $B = x^3 + 2$

- 2** Чтобы выделить целую часть алгебраической дроби, у которой степень числителя больше или равна степени знаменателя, делят числитель на знаменатель с остатком, а затем преобразуют.

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x + 1} = \frac{(x - 3)(x + 1) + 1}{x + 1} = \frac{(x - 3)(x + 1)}{x + 1} + \frac{1}{x + 1} = x - 3 + \frac{1}{x + 1}$$

Выделите целые части дробей.

<p>1 $\frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$</p>	
<p>2 $\frac{2x^2 - 1}{x + 2}$</p>	
<p>3 $\frac{x^3 + x^2 - 2x + 3}{x + 1}$</p>	
<p>3 $\frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1}$</p>	

Вопросы

- 1 В записи $x^3 + 2x^2 - 7x + 1 = (x + 1)(x^2 + x - 8) + 9$ выделите делимое, делитель, неполное частное и остаток.

- 2 Сравните степень остатка и степень делителя.

- 3 Что можно сказать об остатке от деления многочлена на линейный двучлен?

- 4 Как выделить целую часть алгебраической дроби?

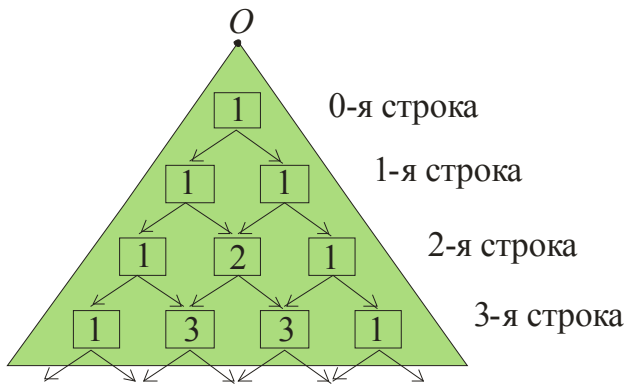
Ответьте на следующие вопросы.

<p>1 Подсчитайте сумму чисел, стоящих в каждой строке. Сформулируйте в виде гипотезы общий результат.</p>	
<p>2 Найдите сумму чисел каждой строки с чередующимися знаками (например, $1 - 3 + 3 - 1$). Сформулируйте общую гипотезу.</p>	
<p>3 Найдите строки, в которых все члены являются нечетными числами. Сформулируйте общий результат.</p>	
<p>4 Подсчитайте в каждой строке сумму членов, стоящих на нечетных местах. Сформулируйте общее правило.</p>	

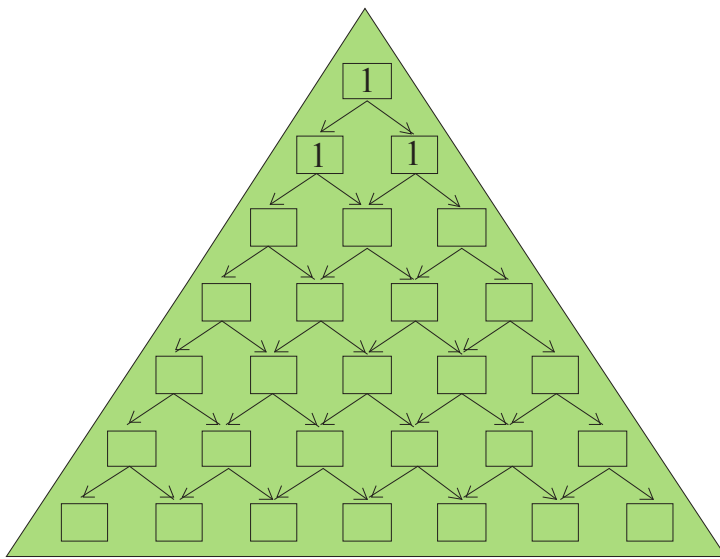
Треугольник Паскаля появляется во многих задачах. Рассмотрим задачу о делении частицы.

Частица выходит из точки O и движется по стрелкам вниз.

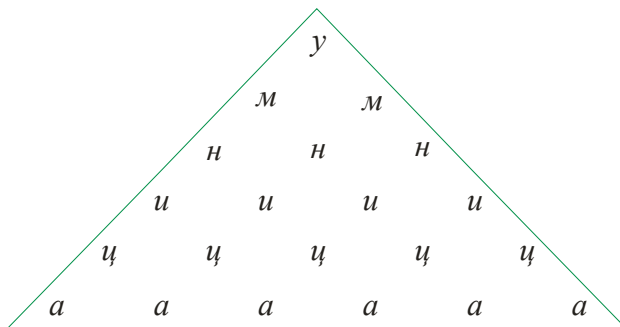
Представьте себе, что на каждом «перекрестке» частица раскладывается на две – одна идет вправо, другая идет влево.



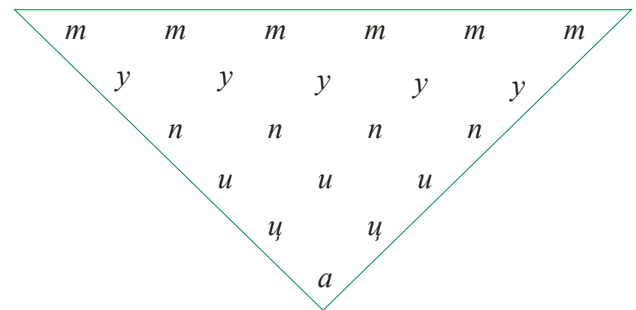
Впишите в клетки треугольника число частиц, которое окажется в этом месте в результате деления.



Убедитесь в том, что вы получили треугольник Паскаля.



Способы чтения слова *умница* в треугольнике соответствуют делению частиц. Вычислите, сколько способов чтения заканчивается в каждой из шести букв *а*. Каково общее число способов чтения слова *умница*?



Каким числом способов можно прочесть слово *тупица*, записанное по-другому?

Анализ эксперимента

Введем общепринятые обозначения.

В n -ой строке треугольника Паскаля стоит $n + 1$ число. Обозначим их так: $C_n^0, C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^{n-2}, C_n^{n-1}, C_n^n$. Тогда получим треугольник:

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & C_0^0 \\
 & & & & & C_1^0 & C_1^1 \\
 & & & & C_2^0 & C_2^1 & C_2^2 \\
 & & C_3^0 & C_3^1 & C_3^2 & C_3^3 \\
 C_4^0 & C_4^1 & C_4^2 & C_4^3 & C_4^4
 \end{array}$$

Проверьте себя, правильно ли вы поняли обозначение C_n^k , ответив на следующие вопросы:

<p>1 В какой строке стоит число C_5^3?</p>	
<p>2 Каким оно стоит в этой строке по счету слева?</p>	
<p>3 Может ли обозначение C_n^k число k быть больше, чем число n?</p>	
<p>4 Определите, чему равны $C_5^0, C_2^1, C_3^2, C_4^2, C_7^5$.</p>	

Коэффициенты C_n^k (читается «цэ из эн по ка») называются биномиальными коэффициентами, так как они стоят в разложении биннома Ньютона $(a + b)^n$.

Определите, при каком одночлене в этом разложении стоит коэффициент: $C_n^1, C_n^3, C_n^0, C_n^n, C_n^k$.

А сколько частиц приходит в одну конкретную точку n -ой строки, скажем, с номером k ?

Ясно, что в одну точку придут частицы из двух точек над ней. Применяя обозначения, получаем $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$. Этому же соотношению удовлетворяют по определению члены треугольника Паскаля. Так как два треугольника начинаются с одного и того же (с единицы) и правила их построения совпадают, то и треугольники будут одинаковыми.

Вывод: каждый член треугольника Паскаля равен числу путей, ведущих из вершины треугольника в эту точку.

Заключительные вопросы

Докажите следующие свойства биномиальных коэффициентов

<p>1 $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$</p>	
<p>2 $C_n^k = C_n^{n-k}$</p>	
<p>3 $C_n^0 = C_n^n = 1$</p>	
<p>4 $C_n^1 = C_n^{n-1} = n$</p>	
<p>4 $C_{n-2}^{k-2} + 2C_{n-2}^{k-1} + C_{n-2}^k = C_n^k$</p>	

ЛР-07

Подсчет числа делителей

Возьмем число 12. Его разложение по степеням простых чисел выглядит так: $12 = 2^2 \cdot 3$. Каждый его делитель можно тоже разложить на простые множители.

Ясно, что если в разложение числа 12 входят только простые числа 2 и 3, то и в разложение любого его делителя могут входить только эти простые числа, то есть его делитель d должен иметь вид: $d = 2^{\square} \cdot 3^{\square}$.

При этом степени, с которыми 2 и 3 входят в разложение d , не могут быть больше двух (для двойки) и единицы (для тройки), потому что в разложение 12 двойка входит в квадрате, а тройка – в первой степени.

Значит, на первое пустое место мы можем поставить 0, 1 или 2 (три варианта), а на второе – 0 или 1 (два варианта).

Комбинируя эти варианты, мы получим $2 \cdot 3 = 6$ вариантов.

Теперь легко сообразить, что, например, число $100 = 2^2 \cdot 5^2$ имеет делителями число $2^{\square} \cdot 5^{\square}$, где на пустые места мы ставим показатели 0, 1, 2 (для двойки) и 0, 1, 2 (для пятерки).

Общее число комбинаций равно $3 \cdot 3 = 9$.

Если число p входит в разложение числа n в степени k , т. е. если $n = p^k \cdot \dots$, то в делители n число p может входить в степени 0, 1, ..., k , что дает $(k + 1)$ вариантов. Поэтому число делителей числа n вида $n = p^k \cdot q^l$ равно $(k + 1)(l + 1)$.

Эта формула легко обобщается для случая, когда n имеет более двух простых делителей.

- 1** Разложите числа в произведение степеней простых множителей, подсчитайте, сколько различных делителей должно быть у каждого из них и проверьте результат перебором, записав все делители.

n	Разложение на простые множители	Число делителей	Делители n
15			
16			
17			

4 Посчитайте, сколько делителей у числа:

1	2^{10}	
2	3^{100}	
3	вида p^k , где p – простое число	
4	вида $2p^k$, где p – простое число, отличное от 2	
5	вида $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$, где p_1, p_2, p_3 – различные простые числа	
6	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	
7	$2^3 \cdot 5^7$	
8	$3^4 \cdot 5^2 \cdot 11$	

5 Подсчитайте, сколько делителей у одночлена:

1 x^2y	
2 x^3y^5	
3 $x^2y^3z^4$	

4 $x^4y^3z^2$	
5 $x^4y^2z^3$	

6 Разложите многочлен на множители и подсчитайте число его делителей. При этом единицу тоже будем включать в число делителей.

1 $x^3 - a^3$	
2 $x^4 - 16$	
3 $(x^2 - 1)^2$	
4 $a^8 - b^8$	
5 $a^6 + b^6$	

Рассмотрим такую задачу.

Пусть a и b – катеты, c – гипотенуза прямоугольного треугольника. Доказать, что a , b и c связаны соотношением $\frac{a^4 + b^4 + c^4}{2} = c^4 - a^2b^2$.

Величины a , b , c не являются независимыми – они связаны соотношением $a^2 + b^2 = c^2$ (теорема Пифагора, которую вы будете изучать позже).

Поэтому задачу можно сформулировать так:

Доказать тождество $\frac{a^4 + b^4 + c^4}{2} = c^4 - a^2b^2$, если a , b , c связаны условием $a^2 + b^2 = c^2$.

Такого рода задачи называют условными тождествами.

1 Докажите условные тождества.

1 Если $p + q = 1$, то $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{pq}$.

2 Если $a + b = 0$, то $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 0$.

3 Если $a + b = 0$, то $a^3 + b^3 = 0$.

4 Если $a + b = ab$, то $\frac{a-1}{a} + \frac{b-1}{b} = 1$.

5 Если $a + b = 1$, то $a^3 + b^3 = 1 - 3ab$.

6 Если $\frac{4}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, то $a = b$.

2 Докажите следующие тождества, если a, b, c связаны равенством $a + b + c = 0$:"

1
$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = -3$$

2
$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

3
$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab} = 3$$

4
$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

5
$$a^4 + b^4 + c^4 = 0,5 (a^2 + b^2 + c^2)^2$$

6
$$a^5 + b^5 + c^5 = 2,5abc (a^2 + b^2 + c^2)$$

Самостоятельные работы

СР-03 Многочлены

СР-04 Разложение многочленов на множители

СР-03

Многочлены

А1

А1.1 Дано выражение $A \cdot B + B \cdot C$.

<p>1 Подставьте в выражение следующие значения букв $A = 3a - 2b$, $B = 2a - b$, $C = 3b - 2a$.</p>	
<p>2 Сколько одночленов получится после раскрытия скобок и до приведения подобных членов?</p>	
<p>3 Выполните все действия и запишите многочлен в стандартном виде.</p>	

А1.2 Запишите выражение в виде $B(A + C)$.

<p>1 Подставьте в выражение следующие значения букв: $A = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$, $B = 2x + 1$, $C = 2x^2 - 2x + 3$.</p>	
<p>2 Не перемножая многочлены, определите степень d многочлена, его старший коэффициент a и свободный член b.</p>	
<p>3 Выполните все действия и запишите многочлен в стандартном виде.</p>	

A2

A2.1 Дано выражение $A \cdot B + B \cdot C$.

<p>1 Подставьте в выражение следующие значения букв $A = 2a - 5b$, $B = a - 2b$, $C = 4b - a$.</p>	
<p>2 Сколько одночленов получится после раскрытия скобок и до приведения подобных членов?</p>	
<p>3 Выполните все действия и запишите многочлен в стандартном виде.</p>	

A2.2 Запишите выражение в виде $B(A + C)$.

<p>1 Подставьте в выражение следующие значения букв: $A = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$, $B = 2x - 1$, $C = x^2 + 2x - 3$.</p>	
<p>2 Не перемножая многочлены, определите степень d многочлена, его старший коэффициент a и свободный член b.</p>	
<p>3 Выполните все действия и запишите многочлен в стандартном виде.</p>	

Б1

Б1.1 Дано выражение $A \cdot B + B \cdot C$.

<p>1 Подставьте в выражение следующие значения букв $A = a^2 + 2ab - 2b^2$, $B = a - 2b$, $C = 2b^2 - ab + a^2$.</p>	
<p>2 Сколько одночленов получится после раскрытия скобок и до приведения подобных членов?</p>	
<p>3 Выполните все действия и запишите многочлен в стандартном виде.</p>	

Б1.2 Запишите выражение в виде $B(A + C)$.

<p>1 Подставьте в выражение следующие значения букв: $A = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$, $B = x^2 - x + 2$, $C = x^2 + 2x + 3$.</p>	
<p>2 Не перемножая многочлены, определите степень d многочлена, его старший коэффициент a и свободный член b.</p>	
<p>3 Выполните все действия и запишите многочлен в стандартном виде.</p>	

Б2

Б2.1 Дано выражение $A \cdot B + B \cdot C$.

<p>1 Подставьте в выражение следующие значения букв $A = a^2 - 3ab - b^2$, $B = 2a - b$, $C = b^2 + 2ab - 2a^2$.</p>	
<p>2 Сколько одночленов получится после раскрытия скобок и до приведения подобных членов?</p>	
<p>3 Выполните все действия и запишите многочлен в стандартном виде.</p>	

Б2.2 Запишите выражение в виде $B(A + C)$.

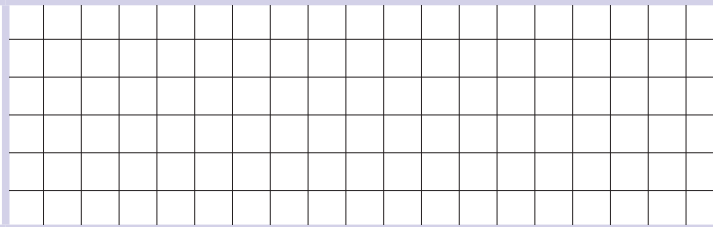
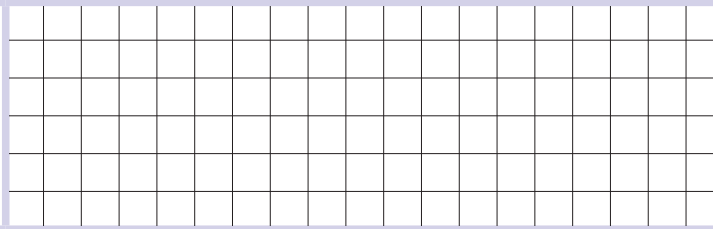
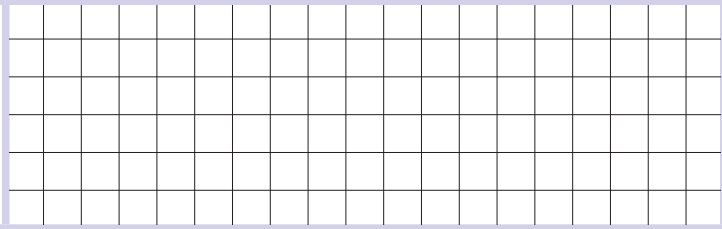
<p>1 Подставьте в выражение следующие значения букв: $A = x^3 - x^2 + 3x - 2$, $B = x^2 + x - 2$, $C = x^2 - 2x + 1$.</p>	
<p>2 Не перемножая многочлены, определите степень d многочлена, его старший коэффициент a и свободный член b.</p>	
<p>3 Выполните все действия и запишите многочлен в стандартном виде.</p>	

CP-04

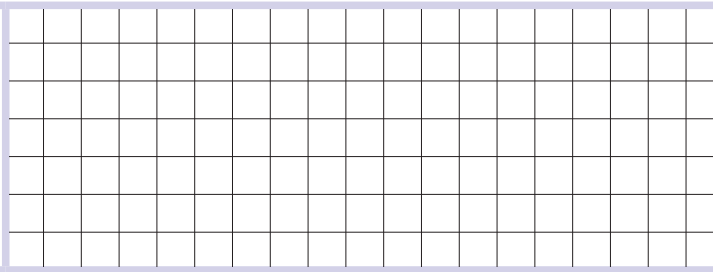
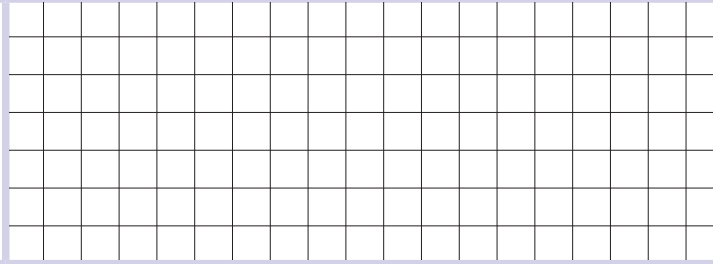
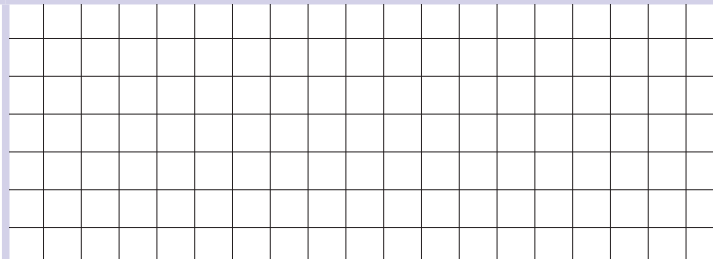
Разложение многочленов на множители

A1

A1.1 Дано выражение $A = a^2 - 4b^2$.

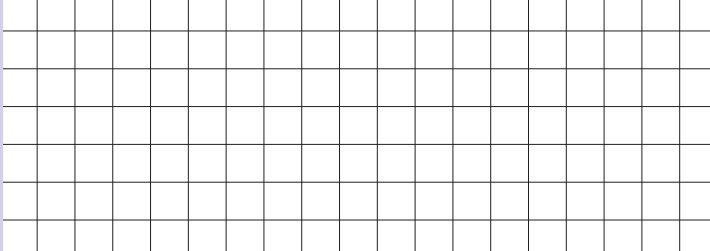
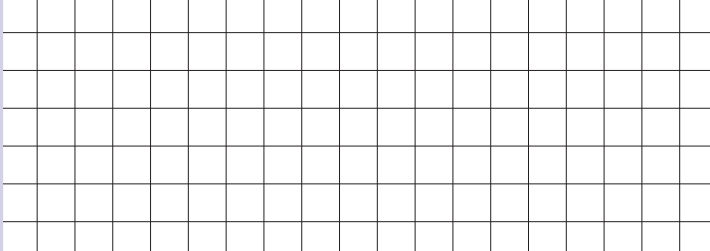
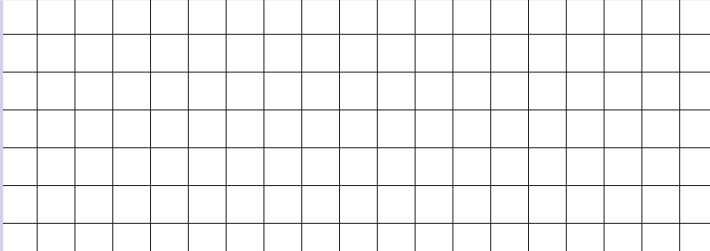
<p>1 Разложите A на множители.</p>	
<p>2 Подставьте $a = x - y$, $b = 2x + y$ и выполните действия.</p>	
<p>3 Подставьте $a = 10$, $b = 2$ и подсчитайте число делителей получившегося числа.</p>	

A1.2 Дан многочлен $P = x^2 - 2x - 15$.

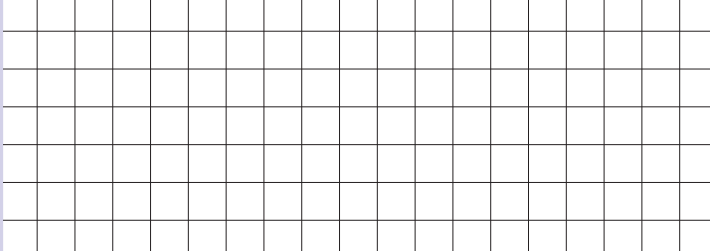
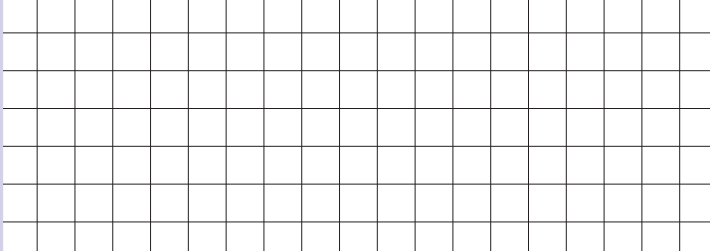
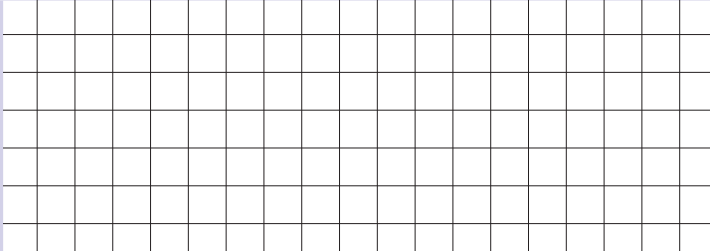
<p>1 Разложите P на множители.</p>	
<p>2 Замените x на $2x - 3$ и выполните действия.</p>	
<p>3 Вычислите P^2.</p>	

A2

A2.1 Дано выражение $A = 9a^2 - b^2$.

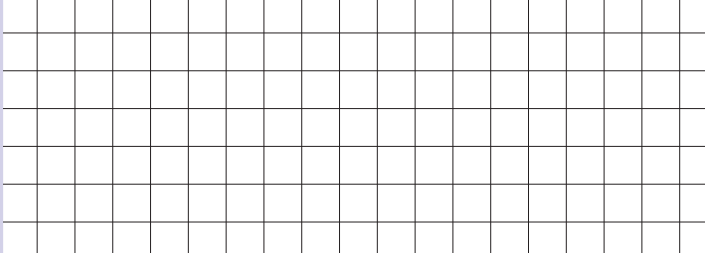
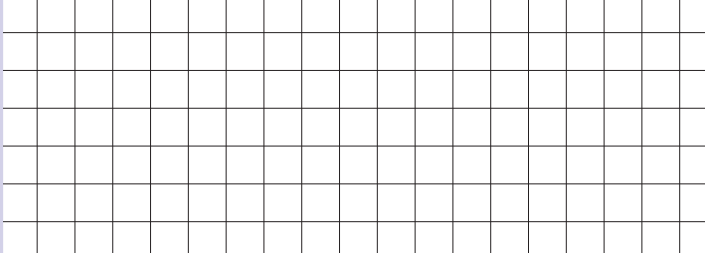
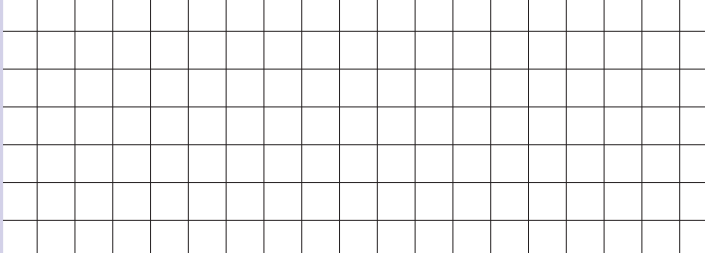
<p>1 Разложите A на множители.</p>	
<p>2 Подставьте $a = 3x - y$, $b = x + y$ и выполните действия.</p>	
<p>3 Подставьте $a = 5$, $b = 11$ и подсчитайте число делителей получившегося числа.</p>	

A2.2 Дан многочлен $P = x^2 - 5x - 14$.

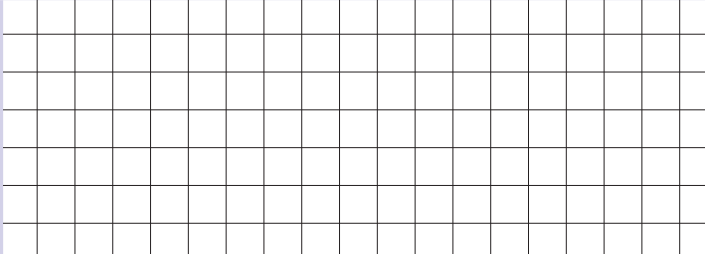
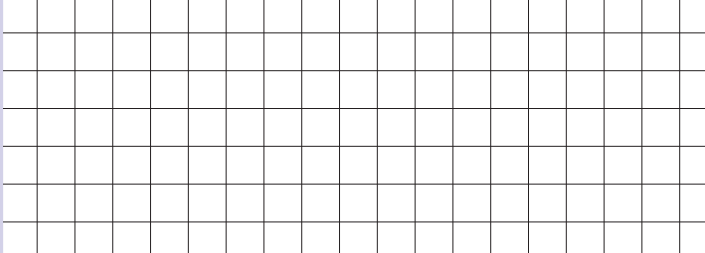
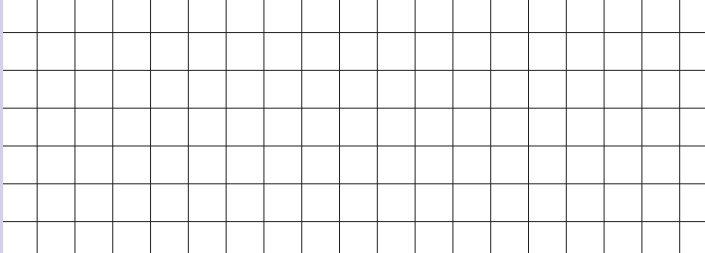
<p>1 Разложите P на множители.</p>	
<p>2 Замените x на $3x - 1$ и выполните действия.</p>	
<p>3 Вычислите P^2.</p>	

Б1

Б1.1 Дано выражение $A = 8a^3 - b^3$.

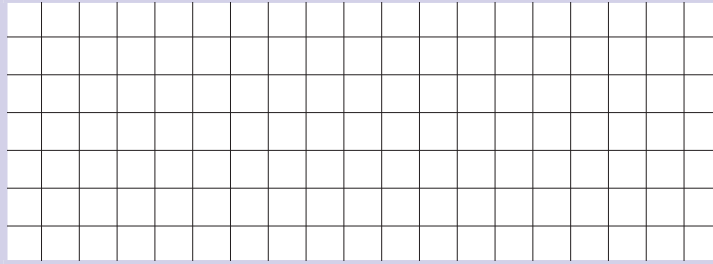
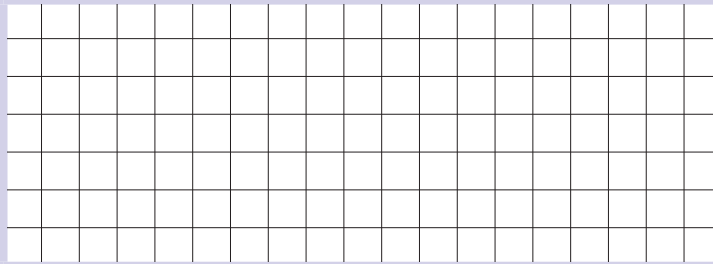
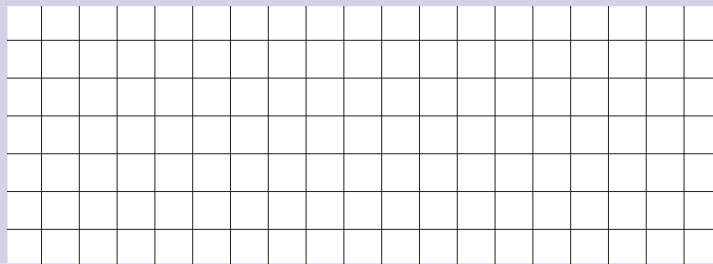
<p>1 Разложите A на множители.</p>	
<p>2 Подставьте $a = x - y$, $b = 2x + y$ и выполните действия.</p>	
<p>3 Подставьте $a = 3$, $b = 2$ и подсчитайте число делителей получившегося числа.</p>	

Б1.2 Дан многочлен $P = x^2 - 2xy - 15y^2$.

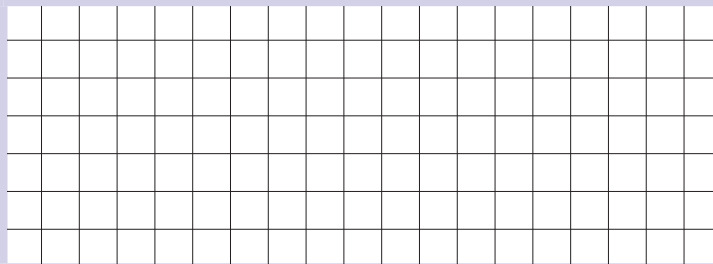
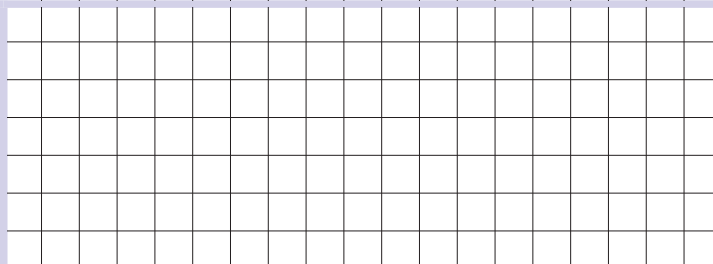
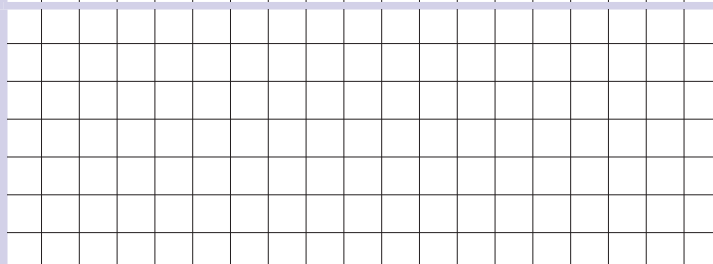
<p>1 Разложите P на множители.</p>	
<p>2 Замените x на $a - 2b$ и y на $3a - b$ и выполните действия.</p>	
<p>3 Вычислите P^2.</p>	

Б2

Б2.1 Дано выражение $A = a^3 + 8b^3$.

<p>1 Разложите A на множители.</p>	
<p>2 Подставьте $a = 3x - y$, $b = x + y$ и выполните действия.</p>	
<p>3 Подставьте $a = 5$, $b = 2$ и подсчитайте число делителей получившегося числа.</p>	

Б2.2 Дан многочлен $P = x^2 - 5xy - 14y^2$.

<p>1 Разложите P на множители.</p>	
<p>2 Замените x на $2a - b$ и y на $a - 3b$ и выполните действия.</p>	
<p>3 Вычислите P^2.</p>	

Контрольные тесты

- КТ-06** Квадрат суммы
КТ-07 Куб суммы
КТ-08 Полный квадрат
КТ-09 Множители квадратного трехчлена
КТ-10 Число слагаемых

КТ-06

Квадрат суммы

Для букв x и y укажите запись выражения.

	квадрат их разности	сумма их квадратов	квадрат их суммы	разность их квадратов	квадрат суммы их квадратов
$x^2 - 2xy + y^2$					
$x^2 + 2xy + y^2$					
$x^2 - y^2$					
$x^2 + y^2$					
$x^4 + 2x^2y^2 + y^4$					

КТ-07

Куб суммы

Для чисел x и y сопоставьте символьную и словесную записи выражения.

	куб их разности	куб суммы их квадратов	квадрат суммы их кубов	куб их суммы	сумма их кубов
$x^6 + 2x^3y^3 + y^6$					
$x^3 + y^3$					
$x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$					
$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$					
$x^6 + 3x^4y^2 + 3x^2y^4 + y^6$					

КТ-08

Полный квадрат

Определите полный квадрат B , входящий в состав квадратного трехчлена A .

$A \backslash B$	$\left(a + \frac{3}{2}\right)^2$	$(a + 6)^2$	$(a + 2)^2$	$(a + 3)^2$	$(a + 1)^2$
$a^2 + 4a + 6$					
$a^2 + 6a + 9$					
$a^2 + 3a + 9$					
$a^2 + 2a + 3$					
$a^2 + 3a + 6$					

КТ-09

Множители квадратного трехчлена

На какие множители раскладывается трехчлен?

Множитель \ Трехчлен	$x^2 + 3x - 4$	$x^2 - 3x + 2$	$x^2 + x - 2$	$x^2 - 4x + 3$	$x^2 + 2x - 3$
$x - 1$					
$x + 1$					
$x - 2$					
$x + 2$					
$x - 3$					
$x + 3$					
$x - 4$					
$x + 4$					

КТ-10

Число слагаемых

Даны многочлены $A = x + y + z$, $B = a + b$, $C = m + n$. Сколько слагаемых получится в произведении после раскрытия скобок и до приведения подобных членов?

1 $A \cdot B$	
2 $A \cdot C$	
3 $B \cdot C$	
4 $A \cdot B \cdot C$	
5 $A \cdot A = A^2$	
6 $B \cdot B \cdot B = B^3$	
7 $C \cdot C \cdot C \cdot C = C^4$	
8 $A^3 \cdot B^2$	