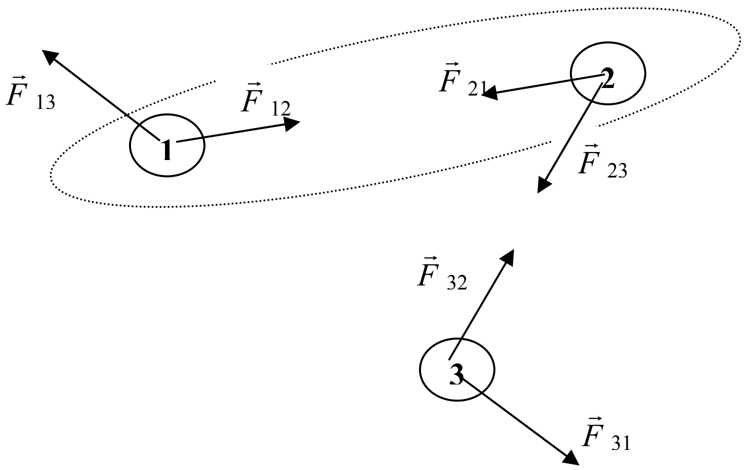
§50. Закон сохранения импульса

На рисунке показаны три взаимодействующих тела. Будем считать, что поблизости других тел нет и система трех тел замкнутая. Разомкнем эту систему, вынеся третье тело вовне. Иными словами, мысленно объединим в систему тела *1* и *2*, тело *3* оказывается внешним для этой системы тел. Воспользуемся вторым законом **Ньютона** в импульсной форме – импульс действующей на тело силы равен изменению импульса тела:



$$\boxed{\Sigma\vec{F}\Delta t = \Delta(m\vec{\upsilon})}$$

Обозначив импульс тела $m\vec{\upsilon} = \vec{p}$,

получим: $\boxed{\Sigma\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}}$.

Запишем второй закон **Ньютона** для первого и второго тел:

$(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13})\Delta t = \Delta\vec{p}_1$; $(\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23})\Delta t = \Delta\vec{p}_2$

Сложим оба уравнения и после перегруппировки слагаемых получим: $(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21})\Delta t + (\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23})\Delta t = \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$

?! Силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ называются внутренними силами системы (*подумайте почему*), их равнодействующая обозначается $\vec{F}_i$ (индекс происходит от первой буквы лат. слова *intra* – внутри). По третьему закону Ньютона: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, следовательно, равнодействующая внутренних сил $\vec{F}_i = \vec{0}$.

Силы $\vec{F}_{13}$ и $\vec{F}_{23}$ действуют на тела системы извне (со стороны третьего тела), их равнодействующая обозначается $\vec{F}_e$ (от лат. «extra» – приставка, соответствующая русским «вне…», «сверх…»). Итак, можно записать:

$$\boxed{\vec{F}_e\Delta t = \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}$$

В скобках мы получили суммарный импульс двух тел, т.е. импульс системы тел. Таким образом, можно записать:

$$\boxed{\vec{F}_e\Delta t = \Delta\vec{p}_{сист}} \quad \leftarrow \text{сравните} \rightarrow \quad \boxed{\Sigma\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}}$$

Мы получили полный аналог второго закона Ньютона для системы тел:

Импульс силы, действующей на систему тел, равен изменению импульса этой системы.	↔	Импульс силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела.

Иногда удобно рассматривать движение одной особой точки, которая называется центром масс системы тел. Координата этой точки вычисляется по особому правилу:

$$\boxed{X_{\text{ц.м.}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}}$$

Движение центра масс характеризует движение системы тел, в частности, если система замкнутая, центр масс движется равномерно и прямолинейно или покоится (см. ниже <u>пример 4</u>).

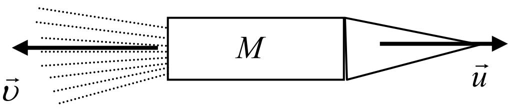
При каких же условиях импульс системы сохраняется? Когда можно применить закон сохранения импульса, не заботясь о том, как меняются с течением времени силы взаимодействия? В схеме представлены три важных случая, к каждому из них есть пример задачи.

$\vec{F}_e \Delta t = \Delta \vec{p}_{\text{сист}} = 0 \iff \vec{p}_{\text{сист}} = const$

$\vec{F}_e = 0$	Пр $(\vec{F}_e)_x = 0$	F_e – конечна, $\Delta t \to 0$
Замкнутая система тел, внешние силы отсутствуют. Импульс системы тел сохраняется.	Равнодействующая внешних сил в проекции на некоторое направление равна нулю. Проекция импульса системы на это направление сохраняется.	Время действия конечных внешних сил стремится к нулю (взрыв, удар) – импульс системы сохраняется.

<u>Пример 1</u>. Какую дополнительную скорость приобретет ракета массой *M*, движущаяся по инерции вдали от космических тел, при выбросе реактивной струи массой *m* со скоростью υ относительно ракеты (см. рис.)?

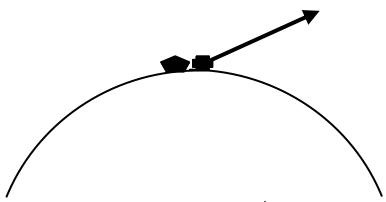
<u>Решение</u>:



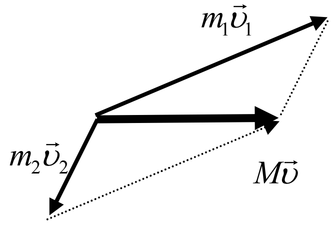
Ракету вместе с топливом можно рассматриваться как замкнутую систему, внешние силы не действуют. Свяжем систему отсчета с ракетой (она инерциальная). Считаем, что выброс газов происходит мгновенно.

Запишем закон сохранения импульса: $0 = M\vec{u} + m\vec{\upsilon} \Rightarrow \vec{u} = -\dfrac{m}{M}\vec{\upsilon}$

<u>Пример 2</u>. Снаряд в верхней точке траектории имел скорость 10 м/с и разорвался на два осколка так, что их массы относятся как 1 : 2. Скорость меньшего осколка показана на рисунке и равна 20 м/с. Найти направление скорости большего осколка.

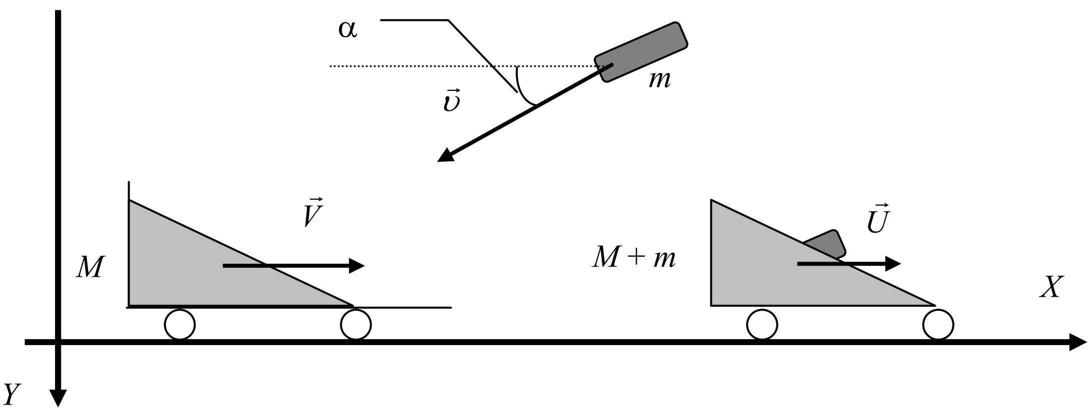


<u>Решение</u>:



На снаряд и осколки действует внешняя сила – сила тяжести, импульсом которой можно пренебречь (обычно указывают на следующие основания: 1) сила тяжести мала по сравнению с внутренними силами; 2) сила тяжести конечна, а время взрыва пренебрежимо мало). Следовательно, можно записать закон сохранения импульса: $M\vec{\upsilon} = \vec{m}_1\vec{\upsilon}_1 + \vec{m}_2\vec{\upsilon}_2$. См. рисунок (важно соблюдать масштаб!).

<u>Пример 3</u>. В тележку с песком массой *M*, движущуюся без трения со скоростью *V* попадает снаряд массой m, движущийся со скоростью υ под углом α к горизонту (см. рис). Какую скорость будет иметь тележка после того, как снаряд остановится в песке?



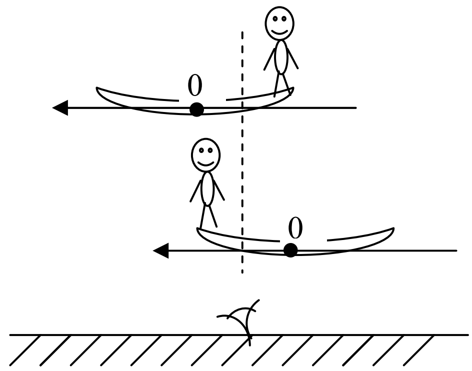
Решение:

На тележку и снаряд действуют силы тяжести и нормальной реакции опоры, силами трения пренебрегаем. Следовательно, вдоль оси X внешние силы не действуют. Поэтому можно записать закон сохранения проекции импульса системы на эту ось:

$$MV - m\upsilon\cos\alpha = (M+m)\cdot U \Rightarrow U = \frac{MV - m\upsilon\cos\alpha}{M+m}.$$

Следует обратить внимание на то, что в векторной форме закон сохранения импульса несправедлив – в противном случае тележка должна была «провалиться сквозь землю». Казалось бы, поскольку удар – это достаточно быстрый процесс ($\Delta t \to 0$) – можно пренебречь импульсом внешних сил (как в примере *2*). Однако этого очевидно не происходит. Дело в том, что мы считаем опору абсолютно твердой, и она создает силу реакции опоры любой величины. Так или иначе, но опоре надо погасить проекцию импульса $m\upsilon\sin\alpha$ на ось Y. Таким образом, при уменьшении времени удара, сила реакции будет пропорционально возрастать, так что импульс реакции опоры $N\Delta t = m\upsilon\sin\alpha$ (при $\Delta t \to 0$ реакция опоры $N \to \infty$).

Пример 4. На сколько сместится лодка массой M и длиной L относительно берега, если рыбак массой m перейдет с носа на корму?



Решение. Найдем координаты центра масс в двух положениях относительно лодки:

$$X_{\text{ц.м.}} = -\frac{mL}{2(m+M)} \text{ и } X'_{\text{ц.м.}} = \frac{mL}{2(m+M)}.$$

Относительно лодки положение центра масс сместится на:

$$\Delta X_{ц.м.} = \frac{mL}{m+M}.$$

Так как система замкнутая, центр масс не должен сместиться относительно ИСО («Земля»), следовательно, лодка должна сместиться относительно Земли в противоположную сторону на такое же ΔX.

.