

Глава 5

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ И ДИКТАНТЫ

- T-501 Сравнение чисел
- T-502 Упорядочение чисел
- T-503 Сравнение квадратов
- T-504 Знаки суммы и произведения
- T-505 Оценка линейных выражений
- T-506 Оценка произведения и частного
- T-507 Равносильные неравенства
- T-508 Логическое следствие
- T-509 Модуль числа
- T-510 Числовые промежутки
- T-511 Модуль как расстояние
- T-512 Оценка числового выражения
- T-513 Стандартная запись числа
- T-514 Что больше?

T-501 Сравнение чисел

Если написанное неравенство верно, поставьте в пустую клетку плюс, если неверно, то минус. Калькулятор использовать не нужно.

1	$100 > 0$		7	$\pi < 3$		13	$-\frac{7}{11} > -\frac{7}{9}$		19	$-0,111 < -\frac{9}{10}$	
2	$-0,1 < 0$		8	$2 < -3$		14	$\frac{19}{3} \leq \frac{11}{2}$		20	$\frac{3}{4} - \frac{4}{5} > -0,06$	
3	$3^2 \geq 9$		9	$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} < 1$		15	$-\frac{3}{5} > -1$		21	$-\frac{10}{15} \leq -\frac{12}{19}$	
4	$3 \cdot 2 \leq 7$		10	$\frac{21}{5} \geq \frac{19}{5}$		16	$\frac{14}{3} < 4$		22	$\pi \leq 3,142$	
5	$7 \geq 2^3$		11	$-\frac{5}{9} < -\frac{7}{9}$		17	$2,15 > 2,2$		23	$\pi^2 > 10$	
6	$-3 > -5$		12	$\frac{10}{13} < \frac{10}{17}$		18	$\frac{1}{8} > 0,12$		24	$\frac{1}{\pi} > \frac{1}{3}$	

T-502 Упорядочение чисел

Впишите двадцать данных чисел в пустые клетки так, чтобы они шли в порядке возрастания от самого маленького до самого большого.

- а) Выпишите отрицательные числа и сравните их между собой.
- б) Выпишите числа, близкие к 1.
- в) Выпишите числа, близкие к 1000.

$$0; 12^2 - 13^2; 2^{10}; 1^{100}; (-2)^5; 1,1 - 1,1^2; (5,5^2 - 4,5^2)^3; \frac{1}{0,99}; \frac{32}{333}; \frac{1}{(-0,1)^5}; \frac{33}{330}; 0,126 \cdot 2^{13};$$

$$1,2 - 1,1^2; 7 \cdot 0,15; \frac{-3}{0,1}; \frac{4!}{25}; \frac{334}{3333}; \frac{(-6)^3}{9}; 1 - 1,1^2; \frac{-11^2}{10^3}.$$

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	12.
13.	14.	15.	16.
17.	18.	19.	20.

Т-503 Сравнение квадратов

Даны три числа a , b и c , расположенные в порядке возрастания. Отметьте, в каком порядке расположены их квадраты.

$a < b < c$	$b^2 < c^2 < a^2$	$c^2 < b^2 < a^2$	$a^2 < b^2 < c^2$	$b^2 < a^2 < c^2$
$-1,5 < 2 < 2,1$				
$-2,5 < 1 < 2,1$				
$-2,1 < 2 < 3$				
$-3,5 < -2 < 1,5$				

Т-504 Знаки суммы и произведения

Определите знаки числовых выражений и впишите их в пустые клетки. Старайтесь не вычислять значения выражений, а так разбивать их на суммы и произведения, чтобы был ясен знак всего выражения в целом.

1	$3^2 + 4^2 - 6^2$	
2	$(1 + 2 + \dots + 99) - (2 + 4 + \dots + 98)$	
3	$(1 \cdot 3 - 2^2) + (2 \cdot 4 - 3^2) + \dots + (9 \cdot 11 - 10^2)$	
4	$(3 - 4)(5 - 2)(7 - 9)(9 - 8)$	

5	$(1-3)^3 + (2-5)^5 + (3-7)^9$	
6	$\frac{(1-3)^3}{(2-5)^3} + \frac{(2-3)^3}{(3-4)^3} + \frac{(3-4)^3}{(5-6)^3}$	
7	$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$	
8	$1 - \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3 \cdot 4}$	
9	$1,1 + 2,2 + 3,3 + 4,4 - 4,5 - 3,4 - 2,3 - 1,2$	
10	$1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 98 + 99$	
11	$(-1) \cdot (-2)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-4)^4 \cdot \dots \cdot (-100)^{100}$	
12	$(1^2 + 2^2 - 3^2)(4^2 + 5^2 - 6^2)(7^2 + 8^2 - 9^2)$	
13	$(35 + 17 - 30 - 21)(35 + 31 - 21 - 17)(17 + 21 - 31 - 33)(30 - 17 - 35 + 21)$	

Т-505 **Оценка линейных выражений**

Укажите нижнюю границу C_1 и верхнюю границу C_2 , в которых меняется данное выражение F при заданных ограничениях для переменных.

Вариант А: $-1 < x < 2$; $2 < y < 3$				Вариант Б: $0 < x < 4$; $-3 < y < -1$			
№	F	$C_1 < F < C_2$		№	F	$C_1 < F < C_2$	
		C_1	C_2			C_1	C_2
1	$x + 2$			1	$x - 2$		
2	$y - 3$			2	$y + 3$		
3	$-x$			3	$-2x$		
4	$-3y$			4	$-y$		
5	$3 - 2x$			5	$1 - x$		
6	$1 - y$			6	$3 - 2y$		
7	$3x + y$			7	$x + 2y$		
8	$2x - 3y$			8	$3x - y$		
9	$x + 4y - 1$			9	$2x - 3y - 1$		
10	$-2x + y + 5$			10	$-x + 4y + 2$		

Т-506

Оценка произведения и частного

Задание аналогично заданию Т-505. Обратите внимание на то, что значения дроби вблизи корня ее знаменателя ограничить нельзя. В этом случае поставьте значки $-\infty$ (в графу для C_1) или $+\infty$ (для C_2).

Вариант А: $-2 < x < 2; 0 < y < 4$				Вариант Б: $0 < x < 3; -1 < y < 1$			
№	F	$C_1 < F < C_2$		№	F	$C_1 < F < C_2$	
		C_1	C_2			C_1	C_2
1	$(x + 2)y$			1	$x(y + 1)$		
2	$x^2 + y^2$			2	$x + y^2$		
3	$(x - 2)y$			3	$x(y - 1)$		
4	$\frac{1}{x+3}$			4	$\frac{1}{y+2}$		
5	$\frac{1}{y+1}$			5	$\frac{1}{x+1}$		
6	$\frac{1}{x-3}$			6	$\frac{1}{y-2}$		
7	$\frac{1}{x+2}$			7	$\frac{1}{y+1}$		
8	$\frac{x+4}{y+2}$			8	$\frac{x+2}{y+3}$		
9	$\frac{x+3}{y-1}$			9	$\frac{x+1}{y+2}$		
10	$\frac{x^2}{y^2+1}$			10	$\frac{x^2+1}{y^2+2}$		

Т-507

Равносильные неравенства

Два неравенства называются равносильными, если каждое из них можно получить из другого, используя свойства неравенств.

Укажите пары равносильных неравенств.

	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 1$	$-1 \leq x + y \leq 1$	$x + y \geq 0$	$x + y \geq 1$
$x^3 + y^3 + x^2y + xy^2 \geq 0$				
$x + y + \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x^2 + y^2$				
$x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 \geq 1$				
$x^2 + 2xy + y^2 \leq 1$				

Т-508

Логическое следствие

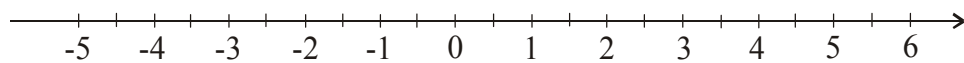
В свободную клетку впишите дополнительные условия, при которых из неравенства А следует неравенство Б.

№	А	Дополнительное условие	Б
1	$a > b$	$c < 0$	$ac < bc$
2	$a^2 > b^2$		$a > b$
3	$ab > 2b$		$a < 2$
4	$ab + 1 < a + b$		$b < 1$
5	$a + b > c + d$		$a > c$
6	$ab > 1$		$a > 1$
7	$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$		$a > b$
8	$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$		$a < b$
9	$\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases}$		$ac > bd$
10	$a + b > 1$		$a > \frac{1}{2}$

Т-509

Модуль числа

1. Нанесите на числовую ось точки, координаты которых указаны с помощью модуля. Ответы выпишите в таблицу.



- | | |
|------------------|--------------------|
| 1) $ x = 3$ | 4) $ 3x - 5 = 6$ |
| 2) $ 2x = 1$ | 5) $ 4 - x = 2$ |
| 3) $ x + 1 = 1$ | 6) $ -3 - 2x = 5$ |

1		3		5	
2		4		6	

Т-510**Числовые промежутки**

1. Отметьте на одной из числовых осей следующие промежутки.

1) $[-1; 0,5]$

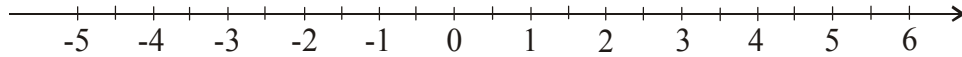
4) $(-\infty; -4)$

2) $(1; 2,5)$

5) $-3,5 < x \leq -2$

3) $x \geq 4,5$

6) $3 \leq x < 4$



2. Выпишите целые числа, лежащие в указанных промежутках.

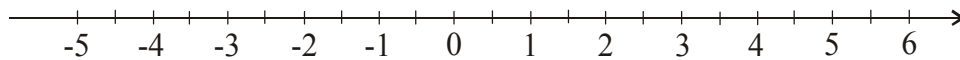
7) $(-2; 3,5]$

9) $(-2,9; -0,5] \cup (1; \pi)$

8) $[-3; 4)$

10) $[-4,8; -4) \cup [-3,01; 0,01]$

7		9	
8		10	

**Т-511****Модуль как расстояние**

1. Отметьте на одной из числовых осей пересечения следующих промежутков и выпишите ответы.

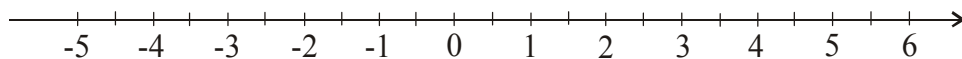
11) $(-1; 2) \cap [-0,5; 3]$

13) $((-\infty; -2) \cup (2; +\infty)) \cap [-3; 3]$

12) $(-\infty; -3] \cap (-4; +\infty)$

14) $(-5; 0] \cap (-2; 1] \cap [1; +\infty)$

11		13	
12		14	



2. Отметьте на одной из числовых осей промежутки, заданные неравенствами с модулями. Выпишите стандартные обозначения получившихся промежутков.

15) $|x| \leq 0,5$

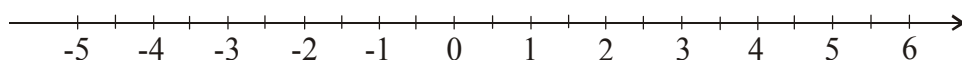
18) $|x - 3| > 1$

20) $\begin{cases} |x| \leq 2,5 \\ |x + 1,5| \geq 2 \end{cases}$

16) $|x + 1| \leq 0,2$

19) $|x - 1| < -1$

17) $|x + 2| \geq 3$



15		17		19	
16		18		20	

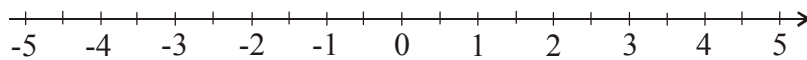
3. Запишите в виде промежутков (или их объединений) множество чисел, удовлетворяющих следующим условиям.

21) Расстояние от точки x до точки -3 меньше 1.

22) Расстояние от точки x до точки $2,5$ больше или равно 2.

23) Расстояние от точки x до точки -1 больше 1, но меньше 3.

24) Расстояние от точки x до точки $-2,5$ меньше $3,5$, но до точки -1 больше $1,5$.



21		23	
22		24	

4. Запишите с помощью неравенств с модулем числа из следующих промежутков.

25) $[-1; 3]$

27) $(-\infty; -3] \cup [5; +\infty)$

26) $(2; 6)$

28) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

25		27	
26		28	

Т-512

Оценка числового выражения

Прикиньте, к какому значению ближе всего числовое выражение А.

А	0,01	0,1	1	10
$\frac{18 \cdot 22 \cdot 9 \cdot 87}{78 \cdot 3987}$				
$\frac{3,72 \cdot 10^3 \cdot 8,2 \cdot 10^{-6}}{3,1 \cdot 10^{-1}}$				
$\frac{0,9(55^2 - 45^2)^2 \cdot 111}{2^{11} \cdot 7!}$				
$\frac{(1+3+5+7+9)^2 \cdot 2^4}{7,1^3 \cdot 14,1^3}$				

Т-513**Стандартная запись числа**

Данные числа A запишите в стандартной форме B , затем (используя калькулятор) вычислите приближенные значения выражений $C = B^2$, $D = \frac{1}{B}$, запишите их в стандартной форме, округлив мантиссу до второго знака.

№	A	B	C	D
1	6384			
2	563,25			
3	0,8375			
4	0,000185			
5	$317 \cdot 10^5$			
6	0,00000028			
7	3^{10}			
8	2^{20}			
9	10!			
10	$\frac{10!}{2^{10}}$			

Т-514**Что больше?**

1. Какое из написанных чисел самое большое, а какое самое маленькое?

19^{99} , 99^{99} , 1^{999} , 199^9 , 999^1

--	--

2. Поставьте один из знаков $>$, $<$, $=$ так, чтобы получилось верное неравенство или равенство.

1) $2^4 \square 4^2$

2) $5^3 \square 3^5$

3) $\frac{1}{2^{10}} \square \frac{1}{10^3}$

4) $10^{100} \square 100^{10}$

5) $2^{300} \square 3^{200}$

6) $31^{16} \square 17^{20}$

7) $4^{54} \square 5^{45}$

8) $\frac{100001}{1000001} \square \frac{1000001}{10000001}$

9) $\frac{1}{1,0003} \square 0,9997$

10) $3^{100} + 4^{100} \square 5^{100}$

3. а) Сколько знаков после запятой будет в записи числа $\frac{1}{5^{64}}$ в виде конечной десятичной дроби?

б) Какова последняя цифра этого числа?

4. Выполните действия.

а) Чему равно число $2^{n+2007} + 2^{n+2007}$?

б) Чему равно число $50^{50} : 25^{25}$?

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

- ЛР-501 Геометрические неравенства
- ЛР-502 Доказательство неравенств
- ЛР-503 Числовая ось
- ЛР-504 Системы линейных неравенств

ЛР-501 Геометрические неравенства

1. Сюжет «Прямоугольник».

В вычислениях придется использовать теорему Пифагора, например, для вычисления диагонали d прямоугольника со сторонами a и b . По этой теореме $d^2 = a^2 + b^2$. Для нахождения численного значения d надо уметь извлекать квадратный корень из числа $a^2 + b^2$, что мы будем изучать в следующей главе. Однако для данной работы достаточно использовать калькулятор для вычисления корня с одним знаком после запятой.

Стороны a и b прямоугольника меняются в пределах от 2 до 3.

В каких пределах меняются следующие величины: периметр p , площадь S , диагональ d , радиус описанного круга R ?

1) _____ $\leq p \leq$ _____	2) _____ $\leq S \leq$ _____	3) _____ $\leq d \leq$ _____	4) _____ $\leq R \leq$ _____
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------

2. Сюжет «Равнобедренный треугольник».

В равнобедренном треугольнике основание a заключено в пределах $2 \leq a \leq 4$, боковая сторона b – в пределах: $3 \leq b \leq 5$. Дайте оценки сверху и снизу для следующих величин.

Укажите, какой формулой вы пользовались для вычислений.

1) Периметр p

$p =$	_____ $\leq p \leq$ _____
-------	---------------------------

2) Высота h , опущенная на основание

$h^2 =$	_____ $\leq h \leq$ _____
---------	---------------------------

3) Площадь S

$S =$	_____ $\leq S \leq$ _____
-------	---------------------------

4) Радиус R описанного круга

$R =$	_____ $\leq R \leq$ _____
-------	---------------------------

5) Радиус r вписанного круга

$r =$	_____ $\leq r \leq$ _____
-------	---------------------------

ЛР-502 Доказательство неравенств

1. Тренажер «Различные формы неравенства о среднем арифметическом двух чисел».

Впишите в пустые клетки, что нужно подставить вместо x и y в неравенство

$\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \geq xy$, чтобы получить (после равносильных преобразований) данное

неравенство.

	Неравенство	x	y
1	$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 \geq 4$	$2a$	$\frac{2}{a}$
2	$\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 \geq 4$		
3	$k(n-k) \leq \left(\frac{n}{2}\right)^2$		
4	$\left(a + \frac{9}{a}\right)^2 \geq 36$		
5	$a(1-a) \leq \frac{1}{4}$		
6	$5a - 2a^2 \leq \frac{25}{8}$		
7	$\left(\frac{a+b+c+d}{4}\right)^2 \geq \frac{a+b}{2} \cdot \frac{c+d}{2}$		
8	$\left(\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}\right)^2 \leq ab$		
9	$a(3-a) \leq \frac{9}{4}$		
10	$\left(\frac{a^2}{1+a^4}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$		

2. Серия «Следствия неравенства о среднем арифметическом».

Многие неравенства доказываются сложением и умножением неравенств о среднем арифметическом, записанных для разных чисел. Мы словами опишем необходимые операции. Вы должны проделать их на черновике и записать результат.

1) Для каждой пары из тройки a , b и c запишем неравенство $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq xy$ и сложим три неравенства:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq$$

2) Возьмем число $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ и умножим его на себя, объединяя произведения равноотстоящих от концов сомножителей k и $n - (k - 1)$. Для каждой такой пары чисел напишем неравенство о среднем геометрическом. Перемножая n таких неравенств, получим оценку сверху сначала для $(n!)^2$, а потом и для $n!$:

$$n! \leq$$

3) Возьмем n положительных чисел a_1, \dots, a_n , произведение которых равно 1. Для числа a_i напишем неравенство о среднем для пары чисел 1 и a_i . Перемножим эти n неравенств:

$$(1 + a_1)(1 + a_2) \cdot \dots \cdot (1 + a_n) \geq$$

4) Возьмем два положительных числа a и b и запишем неравенства о среднем для двух пар чисел: для a и b и для $\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{b}$. Перемножим эти неравенства:

$$(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq$$

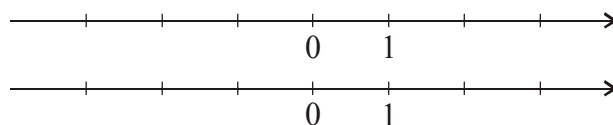
5) Возьмем три числа. Для каждой пары из тройки a^2 , b^2 и c^2 напишем неравенство о среднем и перемножим их. Теперь заменим в нем квадраты чисел на x , y и z , где $a^2 = x$, $b^2 = y$, $c^2 = z$:

$$(x + y)(x + z)(y + z) \geq$$

ЛР-503

Числовая ось

1. Нанесите на числовую ось точки $A_1(a_1), \dots, A_5(a_5)$, соответствующие следующим числам $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_2 = -1,5$, $a_3 = -3$, $a_4 = 2$, $a_5 = 2,5$.



2. Ответьте на вопросы.

№	Вопрос	Ответ
1	Сколько можно построить отрезков с концами в точках A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 ?	
2	Каково наибольшее и каково наименьшее расстояние между построенными точками?	
3	Постройте середину отрезка A_1A_4 и найдите ее координату.	
4	Постройте точки, расстояние от которых до точки A_2 равно 0,5 и найдите их координаты.	
5	Постройте точку, симметричную точке A_3 относительно точки A_1 и найдите ее координату.	
6	Постройте точки, сумма расстояний от которых до точек A_1 и A_2 равна трем, и найдите их координаты.	
7	Постройте точки, разность расстояний от которых до точек A_1 и A_4 равна $\pm \frac{1}{2}$, и найдите их координаты.	
8	Запишите в зависимости от a ответ на следующий вопрос: сколько есть точек на числовой оси, сумма расстояний которых до точек A_1 и A_2 равна a .	

3. Постройте на числовой оси множество точек $A(x)$, для которых:

1) $|x + 3| = 3$

2) $|x - 2,5| \leq 1$

3) $|2x - 4| > 5$

4) $\left| x - \frac{1}{2} \right| \geq |x + 1,5|$

ЛР-504 Системы линейных неравенств

Для каждой системы на черновике каждое из неравенств системы приведите к виду $x > b$ (или $x < b$). Выпишите в пустую клетку результат этой подготовительной работы.

Затем на числовой оси отметьте решение каждого неравенства и системы в целом.

Запишите ответ.

№	Система	Результат преобразований	Рисунок	Ответ
1	$\begin{cases} 4x + 1 > 5x - 2 \\ 5 - x < 3x + 1 \end{cases}$			

№	Система	Результат преобразований	Рисунок	Ответ
2	$\begin{cases} 0,5(x-3) \leq 6-2x \\ \frac{x+5}{3} \leq \frac{x+5}{2} + 1 \end{cases}$			
3	$\begin{cases} x+1 \leq 3 \\ 2x+1 \geq 3 \end{cases}$			
4	$\begin{cases} (x-3)(2x+1) \leq 2x(x+3) \\ 5x+2 < 0 \\ x \geq 4 \end{cases}$			

КОНТРОЛЬНЫЕ ТЕСТЫ

1. x и y – положительные числа и $x > y$. Какое из следующих чисел является наименьшим?

- а) $-(x - y)$ б) $-x$ в) $-(y - x)$ г) $-(x + y)$

2. При каких значениях x число $2x + 3$ более чем вдвое, больше числа $3x - 1$?

- а) $x > 1$ б) $x > -7$ в) $x < 1$ г) $x < 5$

3. Решите неравенство $|2x - 3| < 1$.

- а) $x > 1$ б) $x < \frac{3}{2}$ в) $1 < x < 2$ г) $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

4. Прикиньте, к какому из указанных чисел ближе всего число $\frac{160 \cdot 2,5 \cdot 8 \cdot 89}{81 \cdot 40000 \cdot 0,9}$.

- а) 0,001 б) 0,01 в) 0,1 г) 1

5. Три числа связаны неравенствами $a < b < c$. Какое расположение их квадратов невозможно?

- а) $c^2 < b^2 < a^2$ б) $b^2 < c^2 < a^2$ в) $a^2 < c^2 < b^2$ г) $b^2 < a^2 < c^2$

6. При каких значениях x значение суммы дробей $\frac{2-3x}{4}$ и $\frac{5x-3}{6}$ меньше значения дроби $\frac{2x+5}{18}$?

- а) $x > 10$ б) $x > -10$ в) $x < -1$ г) $x > -6$

7. При каких значениях a неравенство $(a + 5)(x - 2) \leq a - 7$ не имеет решений?

- а) $a = 7$ б) $a = 5$ в) $a > 0$ г) $a = -5$

8. При каких значениях $x > 0$ расстояние на числовой оси от точки $X(x)$ до точек $A(-5)$ и $B(18)$ меньше 20?

- а) $x > 0$ б) $0 < x < 15$ в) $x < 15$ г) $x > 38$