ность – порядка $\rho = 3\cdot10^3$ кг/м^3. Тогда масса этого шарового слоя будет порядка

$$m_к = \rho h\cdot 4\pi R_0^2 = $$
$$= 3\cdot10^3\cdot20\cdot10^3\cdot4\pi\left(6,4\cdot10^6\right)^2 \text{ кг} \approx 3\cdot10^{22} \text{ кг}.$$

А масса океана еще меньше:

$$m_{ок} \approx 1,4\cdot10^{21} \text{кг}.$$

(Более точные данные можно найти, например, в книге А.В.Бялко «Наша планета – Земля» – М.: Наука, Библиотечка «Квант», вып.29.) В сумме эти массы составляют приблизительно

$$\frac{3\cdot10^{22}}{6\cdot10^{24}} = 5\cdot10^{-3} = 0,5\%$$

от массы Земли. Таким образом, даже если выбросить в космос все океаны и всю земную кору (вплоть до более плотных пород, куда еще никто не добирался), то и этого не хватит, чтобы остановить вращение Земли.

Но пусть даже хватило бы массы. А какую наименьшую энергию надо было бы затратить, чтобы сообщить выбрасываемой массе вторую космическую скорость? Кинетическая энергия этой массы равна

$$\frac{\Delta m v_{II}^2}{2} \approx \frac{0,02\cdot6\cdot10^{24}\text{ кг}\cdot\left(11\cdot10^3\text{ м/с}\right)^2}{2} \approx 10^{31}\text{ Дж}.$$

Сколько же потребовалось бы, например, керосина, чтобы обеспечить такую потребность в энергии? При сгорании одного килограмма керосина выделяется примерно $4\cdot10^7$ Дж тепла. Если предположить, что все оно идет в «дело» без потерь, то необходимая минимальная масса сгоревшего керосина должна составить

$$m_{кер} \approx \frac{10^{31}\text{ Дж}}{4\cdot10^7\text{ Дж/кг}} \approx 2\cdot10^{23}\text{ кг}.$$

О, да это ведь сотня океанов из чистого керосина!

И Студенту стало жаль и массы, и энергии Земли. «Нет уж, – подумал он, – лучше встать и пойти на лекцию».

Электрические машины и выбор режима

Г.БАКУНИН

Аналогия – один из важнейших инструментов исследования. Это неоднократно подчеркивалось как известными учеными, так и историками науки. Воспользуемся этим инструментом и обсудим сходство и различие «мощностных» характеристик хорошо известных электрических устройств.

Рассмотрим простейшую электрическую цепь – модель электронагревателя, состоящую из источника, имеющего ЭДС $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление r, и нагрузки – резистора сопротивлением R (рис.1). Вычислим полезную мощность такого устройства, опираясь на закон Ома:

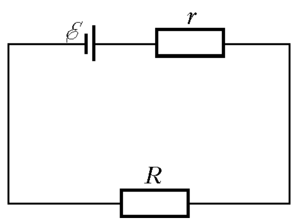

Рис. 1

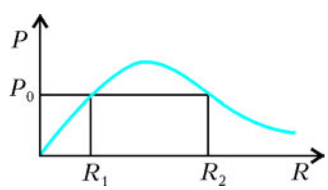

Рис. 2

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r},\quad P = I^2R = \frac{\mathcal{E}^2}{(R+r)^2}R.$$

График зависимости $P(R)$ приведен на рисунке 2. Несложно заметить, что график обладает максимумом, т.е. имеются две возможности обеспечить полезную мощность P_0 устройства в зависимости от внешней нагрузки R_1 или R_2. Большему значению R при этом соответствует меньшее значение тока в цепи.

Таким образом, даже в простейшей электрической машине – электронагревательном приборе – существует возможность выбора режима работы.

Более сложной оказывается ситуация в случае электрического мотора постоянного тока. Здесь в цепи якоря генерируется индукционная ЭДС $\mathcal{E}_i$, и закон Ома записывается в виде

$$U - \mathcal{E}_i = IR,$$

где U – внешнее напряжение, а R – сопротивление якоря. Естественно предположить, что индуцированная ЭДС пропорциональна частоте вращения ω якоря:

$$\mathcal{E}_i = \Phi_0\omega,$$

где Φ_0 – размерный коэффициент, равный максимальному потоку магнитной индукции через рамку якоря. Анализ выражения для полной мощности:

$$UI = \mathcal{E}_i I + I^2R$$

показывает, что полезная мощность связана с членом $\mathcal{E}_i I$, где ток якоря I зависит линейно от частоты вращения ω:

$$I = I(\omega) = \frac{U - \mathcal{E}_i(\omega)}{R} = \frac{U - \Phi_0\omega}{R}.$$

Таким образом, зависимость полезной мощности электрической машины постоянного тока от частоты вращения якоря имеет вид

$$P(\omega) = \mathcal{E}_i(\omega)I(\omega) = \frac{\Phi_0}{R}\left(\omega\left(U - \Phi_0\omega\right)\right).$$

Здесь, как и в предыдущем случае, виден максимум мощности, однако теперь выбор режима зависит от частоты (рис.3).

Заметим, что нагрузка в данной задаче связана с вращательным моментом, который способен создать электромотор:

$$M(\omega) = \frac{P(\omega)}{\omega} = \frac{\Phi_0}{R}\left(U - \Phi_0\omega\right).$$

Стабильная работа мотора обеспечивается балансом этого момента и момента M_0, создаваемого внешней нагрузкой. Например, если мотор равномерно поднимает на веревке

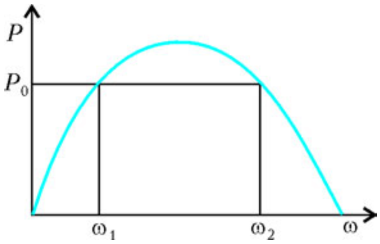

Рис. 3

груз, то момент нагузки равен произведению силы натяжения веревки, которая равна весу груза, на радиус вала. Холостой ход электрической машины соответствует значению $M_0 = 0$. В случае ненулевой нагрузки частота вращения ω_* определяется балансом моментов (рис.4):

$$M(\omega_*) = M_0 .$$

Что же получается, электрический мотор сам выбирает понравившуюся ему мощность? Действительно, если момент нагрузки меньше момента, создаваемого мотором, то ротор раскручивается все сильнее и сильнее, пока частота не достигнет значения ω_*. В противоположном случае, когда момент нагрузки больше момента, создаваемого мотором, ротор тормозится до тех пор, пока баланс моментов не восстановится. Иными словами, значение ω_* соответствует положению устойчивого равновесия. Следовательно, несмотря на формальную возможность выбора частоты вращения ротора для заданной величины полезной мощности P_0, ротор раскручивается до тех пор (до такой частоты ω_*), пока не выполнится условие равенства моментов. Мощность в этом случае определяется внешней нагрузкой M_0:

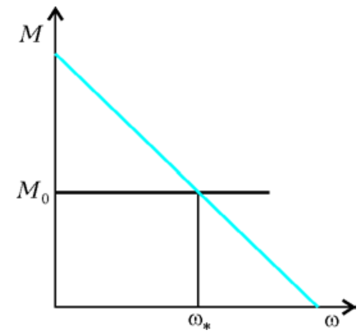

Рис. 4

$$P_* = M_0\omega(M_0) = M_0\left(\frac{U}{\Phi_0} - \frac{RM_0}{\Phi_0^2}\right) = \frac{M_0}{\Phi_0}\left(U - \frac{R}{\Phi_0}M_0\right).$$

Этот простой пример показывает, как непросто навязать свою волю машинам, даже если это всего лишь электрические машины постоянного тока.

Фокус шара

Д.ВИКТОРОВ

И даль свободного романа
Я сквозь магический кристалл
Еще не ясно различал.

А.С.Пушкин

Однажды у меня в руках оказался оптический раритет – хрустальный шар диаметром 5,5 сантиметров, изготовленный предположительно в Великобритании. Предпоследний владелец использовал этот магический кристалл в конце XIX – начале XX века (точный год изготовления изделия неизвестен). Сквозь толщу лет пробиваются староанглийские слова, переведенные на русский язык:

«...Наблюдатель должен сесть спиной к свету, держа шар на ладони руки, которая может удобно покоиться на коленях, или шар можно поместить на столе на подставке под ним и поставить сзади экран из черного бархата или темного материала. Последний физически помогает отключить боковой свет и отражение.

Постоянное «глядение» в полной тишине абсолютно необходимо, так как в отличие от других оккультных явлений отвлечение внимания или первичного (обычного) сознания очень неблагоприятно.

Успех обнаруживается, когда сфера, прекращая отражать, становится молочной. Появляется туманный цвет (обычно красный и его дополнительный – зеленый), превращаясь в темноту, которая откатывается прочь, подобно занавесу, который открывает взгляду наблюдателя картины, сцены, фигуры в движении, интересные сентенции и т.д.

Оживление скрытой памяти или воспоминаний о будущем является одной из главных особенностей этого опыта».

Признаюсь, что у меня не получилось разглядеть в шаре что-либо необычное. Видимо, я отношусь к тем 25% людей, которые «ничего не смогут сделать вообще», как говорится в обращении к читателю (покупателю шара). Из этого, конечно, не следует, что ни у кого не получится, хотя инструкция, с современной точки зрения, и выглядит весьма фантастично. С другой стороны, магические кристаллы выпускались в XIX веке явно не единичными экземплярами. И если бы в них ничего и никому нельзя было увидеть, то кто бы их стал приобретать? В любом случае, последнее слово за достаточно массовым экспериментом...

В солнечную погоду легко экспериментально убедиться в том, что шар фокусирует солнечные лучи, действуя как собирающая линза. Данный шар собирает лучи на расстоянии 5 мм от его поверхности.

Интересно, что маленькие капельки воды на листьях растений имеют почти сферическую форму (из-за значительного преобладания сил поверхностного натяжения над силой тяжести). Такие капельки, фокусируя солнечные лучи на листьях, точечно обжигают их. Вот почему растения не надо поливать в то время, когда они освещены солнцем.

Рассчитаем теперь теоретически фокусное расстояние шара $F = OC$ (рис.1). Рассмотрим луч, идущий вблизи одной из главных оптических осей шара параллельно ей. Место пересечения вышедшего из шара луча и оси – точка C – и есть фокус «толстой» линзы, т.е. нашего шара. Параксиальность лучей гарантирует нам, что углы α, β, γ будут малыми, т.е. значительно меньшими одного радиана. По закону преломления света в точках A и B имеем соответственно

$$\sin\alpha = n\sin\beta , \quad n\sin\beta = \sin\gamma ,$$

где n – показатель преломления материала шара. Отсюда получаем $\gamma = \alpha$. Применим к треугольнику OBC теорему синусов:

$$\frac{F}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{R}{\sin(2\alpha - 2\beta)} ,$$

откуда получим

$$F = \frac{R\sin\alpha}{\sin(2\alpha - 2\beta)} ,$$

где R – радиус шара. Так как синус малого (в радианной мере) угла можно (и нужно) заменить самим углом, то окончательно имеем

$$F = \frac{R\alpha}{2(\alpha - \beta)} = \frac{Rn}{2(n-1)} . \qquad (1)$$