*Уваровский Алексей* – Великий Устюг, Многопрофильный лицей,
*Богер Евгений* – Киров, ФМЛ,
*Былинкин Александр* – Снежинск, гимназия 127,
*Капун Евгений* – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,
*Федянин Дмитрий* – Саратов, ФТЛ 1,
*Лыков Антон* – Москва, СУНЦ МГУ,
*Марковцев Вадим* – Сергиев Посад, ФМЛ;

**по 11 классам** –

*Демин Дмитрий* – Москва, СУНЦ МГУ,
*Зернин Илья* – Пермь, школа 146,
*Малащенко* Иван – Бийск, Бийский лицей,
*Гусихин Павел* – Казань, ФМЛ 131,
*Корчагин Александр* – Дубна, лицей «Дубна»,
*Усков Евгений* – Протвино, лицей,
*Федотов Юрий* – Тамбов, лицей 14,
*Михайлов Андрей* – Гатчина, лицей 3,
*Полбин Андрей* – Чебоксары, лицей 44,
*Храмцов Алексей* – Дубна, лицей «Дубна».

*Дипломы III степени*

**по 9 классам** получили

*Дрожжин Александр* – Саратов, Лицей прикладных наук,
*Петухов Антон* – Нижнекамск, школа 15,
*Кононенко Даниил* – Новосибирск, гимназия 1,
*Рогожников Алексей* – Москва, Химический лицей 1303,
*Анисимов Андрей* – Ноябрьск, школа 10,
*Сальников Всеволод* – Москва, лицей «Вторая школа»,
*Константинов Роман* – Обнинск, гимназия,
*Сокко Анастасия* – Долгопрудный, ФМШ 5;

**по 10 классам** –

*Лисов Денис* – Москва, лицей 1525 «Воробьевы горы»,
*Попов Антон* – Челябинск, лицей 31,
*Афанасьев Александр* – Владивосток, гимназия 1,
*Федорцов Михаил* – Тюмень, гимназия ТюмГУ,
*Горбенко Виктор* – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,
*Крыгин Михаил* – Москва, лицей «Вторая школа»,
*Ширинкин Аркадий* – Пермь, школа 146;

**по 11 классам** –

*Бочкарев Константин* – Тюмень, гимназия ТюмГУ,
*Гизатулин Денис* – Владивосток, школа 23,
*Гусев Олег* – Химки, ФМШ 5,
*Дородный Александр* – Красноярск, лицей 8,
*Киселев Юрий* – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,
*Максименко Юлия* – Саратов, ФТЛ 1,
*Павловский Константин* – Санкт-Петербург, лицей «ФТШ»,
*Филатов Сергей* – Черноголовка, школа 82,
*Сафронов Павел* – Санкт-Петербург, ФМЛ 30,
*Смирнов Сергей* – Москва, Московская государственная Пятьдесят седьмая школа,
*Стомахин Алексей* – Москва, Московская государственная Пятьдесят седьмая школа,
*Ширяев Владимир* – Новосибирск, СУНЦ НГУ,
*Дегтярев Илья* – Екатеринбург, СУНЦ УрГУ,
*Воронина Людмила* – Челябинск, лицей 31,
*Мотузюк Артем* – Дубна, лицей «Дубна»,
*Тарнопольский Григорий* – Ростов-на-Дону, гимназия 5.

*Публикацию подготовили*
*С.Козел, В.Слободянин*

# Международный турнир «Компьютерная физика»

Турнир «Компьютерная Физика» – часть программы Международного интеллект-клуба (МИК) «ГЛЮОН», проводимой с целью поиска, отбора и поддержки интеллектуально одаренных детей, проявляющих интерес к математике, физике и информатике. Уникальность этого турнира состоит в том, что все задачи предполагается решать с помощью численного моделирования на компьютере.

Для участия в турнире приглашаются команды школьников (5 человек), обладающих знанием физики и навыками работы на IBM PC. Турнир проводится в виде интеллектуального соревнования между командами в два тура – заочный и очный.

### IX Турнир «Компьютерная физика»

Традиционно, заочный тур этого турнира начался в сентябре 2004 года рассылкой задания заочного тура по заявкам в лицеи, школы и гимназии. Шесть лучших команд были приглашены на финал турнира – очный тур соревнований, который проходил с 6 по 13 февраля 2005 года в городе Пущино на базе пансионата «Пущино». В проведении турнира приняли участие Пущинский научный центр РАН, Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова и Межрегиональная ассоциация «Женщины в науке и образовании» при поддержке компаний «Физикон», «Кирилл и Мефодий», «1С», фонда «Династия» и журнала «Квант».

Прежде всего состоялась защита задания заочного тура. Каждой команде было предложено выступить с докладом о своих результатах перед командами оппонентов и рецензентов. Научная дискуссия команд завершилась победой команды ФМЛ 1511 при Московском инженерно-физическом институте (МИФИ).

Подготовка к соревнованиям очного тура началась с лекции профессора МГУ А.М.Попова об основах физики колебаний, после которой команды получили задание очного тура. В течение последующих 36 часов школьники решали поставленную задачу. На защите очного задания отличилась команда ФМЛ 1580 при Московском государственном техническом университете (МГТУ) им.Н.Э.Баумана, представившая наиболее развернутое и глубокое решение и ставшая победителем этого тура.

По итогам двух туров абсолютным победителем турнира стала команда ФМЛ 1511 при МИФИ, получившая переходящий приз «Хрустальный глобус». Дипломами I степени и памятными значками были награждены команды ФМЛ 1511 при МИФИ и ФМЛ 1580 при МГТУ им.Н.Э.Баумана. Дипломы II степени получили команды Самарского медико-технического лицея (МТЛ) и Самарского аэрокосмического лицея, а дипломы III степени – гимназия 56 города Ижевска и команда из Аничкова лицея города Санкт-Петербурга. Участникам соревнований было вручено множество призов от спонсоров и организаторов турнира.

В рамках турнира был проведен очередной конкурс компьютерного творчества, включающий четыре направления: разработка Интернет-сайта; компьютерное моделирование; прикладное программное обеспечение; презентации и дизайн, а также прошел конкурс «Виртуальная физическая лаборатория», разработанный компанией «Физикон». Четырнадцать команд из Москвы, Тольятти, Екатеринбурга, Ижевска, Самары и Казахстана соревновались за победу. Лучшей стала команда РЦ «ГЛЮОН» города Тольятти. В интеллектуальной командной компьютерной игре победителем в очередной раз стала команда МТЛ из Самары.

### Заочный тур. «Электродинамика в микрополости»

Подробно о том, как стало возможным экспериментальное исследование взаимодействия отдельного атома, помещенного в полость малых размеров, с электромагнитным полем, возбуждаемым в полости внешним источником, рассказано в «Кванте» №5 за 2004 год. Здесь же мы напомним само задание и проведем его разбор.

*Задание*

1. Исследуйте динамику взаимодействия атома с единственной (основной) полевой модой $n = 1$ микрополости в резонансном случае ($\omega_{ат} = \omega_1 = \pi c/L$), а также в отсутствие резонанса ($\omega_{ат} \neq \omega_1$). Считайте, что в начальный момент времени атом находится в возбужденном состоянии (безразмерная амплитуда колебаний атомного электрона $\tilde{x}_0 = 1$), а электромагнитное поле отсутствует ($\varepsilon = 0$). Размеры полости: $L = 1$ мкм, $S = 1$ мкм$^2$.

2. Пусть частота атомной системы близка или совпадает с частотой одной из полевых мод: $\omega_{ат} = \omega_{n_0}$ ($n_0 = 10$). Рассмотрите динамику атомной системы для различных значений размера микрополости $L$. Сколько полевых мод надо учитывать при моделировании? Проведите исследование в диапазоне $L = 1 - 100$ мкм при $S = 1$ мкм$^2$.

3. Запишите уравнения, описывающие поведение двух атомов в микрополости (считайте, что атомы между собой не взаимодействуют и могут обмениваться энергией только через электромагнитное поле). В условиях задания 2 рассмотрите особенности динамики системы двух одинаковых атомов в зависимости от соотношения начальных энергий возбуждения, а при одинаковых энергиях – от соотношения начальных фаз атомных осцилляторов.

*Разбор задания*

Рассмотрим простейшую механическую модель явления: два математических маятника – грузики массой $m$, висящие на длиной невесомой нерастяжимой нити длиной $l$, – связанные между собой пружиной жесткостью $k$. Будем считать, что пружина находится в ненапряженном состоянии, если оба маятника пребывают в положении равновесия.

Для малых углов отклонения систему уравнений движения маятников можно записать в виде

$$\frac{dx_1}{dt^2} + \omega_0^2 x_1 = -\frac{k}{m}(x_1 - x_2),$$

$$\frac{dx_2}{dt^2} + \omega_0^2 x_2 = \frac{k}{m}(x_1 - x_2),$$

где $\omega_0^2 = g/l$ – квадрат частоты собственных колебаний маятников, а $x_1$ и $x_2$ – координаты первого и второго маятников. Эта система уравнений описывает связанные колебания. Ясно, что наличие связи обеспечивает обмен энергией между маятниками.

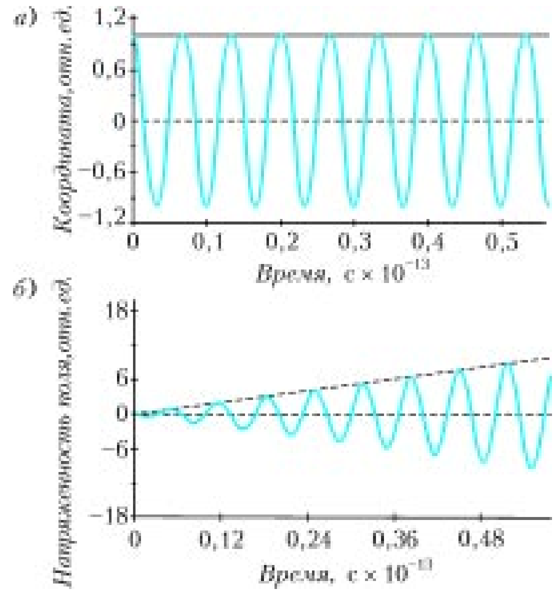

Рис. 1

По своей математической структуре эта система уравнений аналогична уравнениям, описывающим атом и электромагнитное поле в микрополости. Следовательно, похожими получатся и решения.

В простейшем случае взаимодействия атома с одной резонансной полевой модой в системе происходит колебательный процесс, сопровождающийся передачей энергии возбуждения от атома к электромагнитному полю и обратно. Начальная колебательная динамика атомной подсистемы представлена на рисунке 1,*а*, а полевой подсистемы – на рисунке 1,*б*.

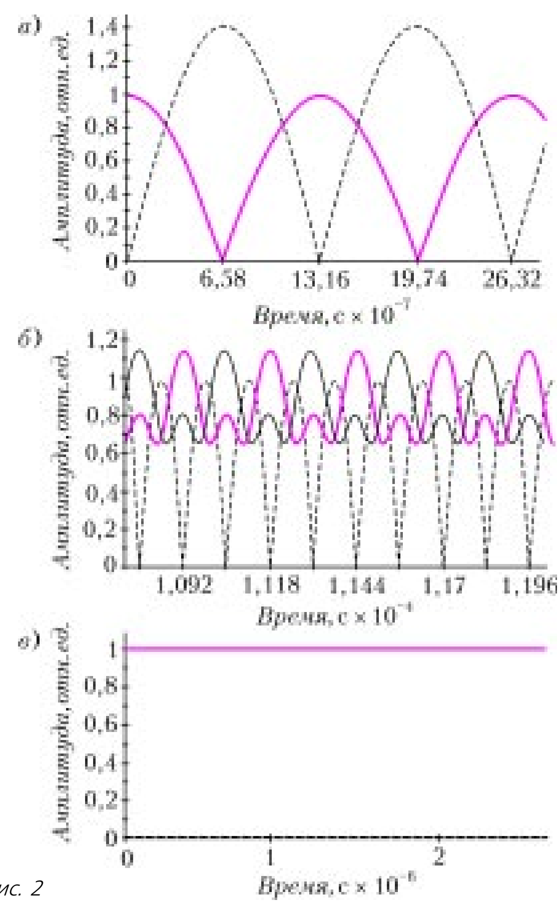

Рис. 2

На больших временах наблюдается модуляция амплитуд колебаний подсистем (биения), происходящая с частотой $\Omega = \alpha/\omega_{\text{ат}} \approx 3 \cdot 10^6$ с$^{-1}$ . В слабо нерезонансном случае ( $(\omega_{\text{ат}} - \omega_1)/\omega_{\text{ат}} \ll 1$ ) биения также наблюдаются, однако они сопровождаются неполным перетеканием энергии от атома к полю и обратно. В случае сильного «нерезонанса» ( $(\omega_{\text{ат}} - \omega_1)/\omega_{\text{ат}} \sim 1$ ) осцилляторы практически не взаимодействуют.

При увеличении размера микрополости наблюдается уменьшение расстояния между соседними полевыми модами, что постепенно приводит к необходимости учета взаимодействия атома сразу с несколькими полевыми модами. В случае наличия в микрополости двух атомов взаимодействие происходит через возбуждаемое ими электромагнитное поле и сопровождается перераспределением энергии в пределах системы. Если начальные значения энергии атомов одинаковы, временна́я динамика системы существенным образом зависит от соотношения начальных фаз атомных осцилляторов. Изменения амплитуд колебаний атомной и полевой подсистем во времени, рассчитанные для трех различных разностей фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ $(0,\ \pi/2,\ \pi)$, приведены на рисунке 2. Случай $\Delta\varphi = 0$ (см. рис.2,*а*) сопровождается наиболее эффективным возбуждением электромагнитного поля в полости, случай $\Delta\varphi = \pi$ (см. рис.2,*в*) описывает колебания атомов в противофазе, в результате чего электромагнитное поле в полости не возбуждается.

Решение представлено командой ФМЛ 1511 при МИФИ в составе: Блохин Юрий, Салахутдинов Сергей, Бураков Владимир, Щербина Лариса, Макаров Андрей.

### Очный тур «Одномерный кристалл»

Простейшая модель твердого тела (кристалла) состоит в следующем: имеется цепочка атомов массой *m*, попарно взаимодействующих между собой с некоторой силой, зависящей от расстояния *R* между ними. Равновесное расстояние между атомами равно $R_0$ . В общем случае энергия взаимодействия атомов между собой определяется потенциалом Морзе

$$U(R) = D\left(1 - e^{-\alpha(R - R_0)}\right)^2, \qquad (1)$$

где $D$ – это энергия разрыва связи между атомами, $\alpha$ – параметр потенциала Морзе.

При малых отклонениях от равновесия, когда выполняется условие

$$\alpha(R - R_0) \ll 1, \qquad (2)$$

потенциал Морзе представляется в виде $U(R) = D\alpha^2(R - R_0)^2$ , и величина действующей силы оказывается пропорциональной отклонению межатомного расстояния от равновесного значения, т.е. справедлив закон Гука. Приближенно можно говорить, что простейшая модель кристалла – это последовательность частиц, связанных между собой пружинками жесткостью

$$k = 2D\alpha^2 .$$

Исследования физических процессов в кристаллах можно проводить в рамках рассмотренной модели. В состоянии термодинамического равновесия атомы совершают колебания вблизи положения равновесия, амплитуда которых определяется температурой системы. Для описания динамики движения атомов кристалла необходимо составить систему уравнений. Надо задать начальные условия для движения каждого атома, т.е. начальные смещения и скорости, так, чтобы направления и величины скоростей давали полный импульс равным нулю.

*Задание*

1. Получите зависимость от времени кинетической и потенциальной энергий каждого атома в случае, когда начальные условия для колебаний атомов кристалла заданы в области справедливости закона Гука, т.е. когда выполняется условие (2). Объясните полученные результаты. Определите температуру системы.
2. Получите зависимость от времени кинетической и потенциальной энергий каждого атома в области ангармоничности потенциала Морзе. Определите температуру системы.
3. Предположите, что цепочка атомов состоит наполовину из атомов малой массы *m*, а наполовину из атомов большой массы *M*. Выполните для такого кристалла задание 1.

Рекомендуемые параметры:
число атомов в цепочке *n* = 10 – 20;
масса атома *m* = 12 а.е., где 1 а.е. $= 1{,}6 \cdot 10^{-24}$ г , *M* = 10 *m*;
кроме того, $R_0 = 2\,\text{Å}$ , где $1\,\text{Å} = 10^{-8}$см , *D* = 4 эВ, где 1 эВ $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж , $\alpha = 10^7$ см$^{-1}$ .

*Разбор задания*

Уравнения, описывающие колебания атома в цепочке, записываются в виде

$$m\frac{d^2x_i}{dt^2} = F_{i\,i+1} + F_{i\,i-1},\ i = 2,\ \ldots,\ n - 1, \qquad (3)$$

где $F_{i\,i\pm1}$ – сила, действующая между *i*-м и $(i \pm 1)$-м атомами. В случае первого и последнего атомов в правой части уравнения имеется только одно слагаемое. Выражение для силы получается в результате дифференцирования потенциала Морзе (1).

В гармоническом приближении уравнение (3) имеет вид

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} = -\frac{k}{m}(x_i - x_{i-1}) - \frac{k}{m}(x_i - x_{i+1}). \qquad (4)$$

Здесь «—» определяется выражением (2), а координата каждого атома отчитывается от положения его равновесия.

Система уравнений (4) интегрировалась численно методом Эйлера, число атомов в кристалле изменялось от 10 до 400. Для описания динамики кристалла к уравнению (4) необходимо задать начальные условия. В случае если в начальный момент времени первый атом смещен из положения равновесия ( $x_1 = R_0/2$ ), а остальные атомы находятся в положении равновесия (скорости всех атомов равны нулю), в цепочке атомов возбуждается волна, распространяющаяся от одного конца к другому и обратно (рис.3). Колебательное возмущение, распространяющееся по кристаллу, постепенно делокализуется, и возникают неупорядоченные колебания всей цепочки атомов. Система оказывается близка к состоянию «термодинамического равновесия». При этом средние значения кинетической энергии всех атомов равны. Кроме того, средние значения кинетической $\langle E_k(t)\rangle$ и потенциальной $\langle E_p(t)\rangle$ энергий атомов равны друг другу (рис.4)

В случае ангармонических колебаний в системе также устанавливается «термодинамическое равновесие», однако средние значения кинетической и потенциальной энергий атомов оказываются неравными друг другу.

Особенностью колебаний цепочки, состоящей из атомов разной массы, является то, что характерные амплитуды колебаний легких и тяжелых атомов существенно отличаются. Поскольку в процессе эволюции системы происходит установление «термодинамического равновесия», характер-

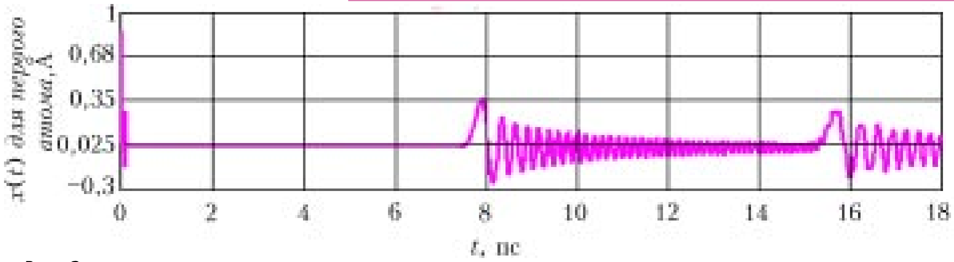

*Рис. 3*

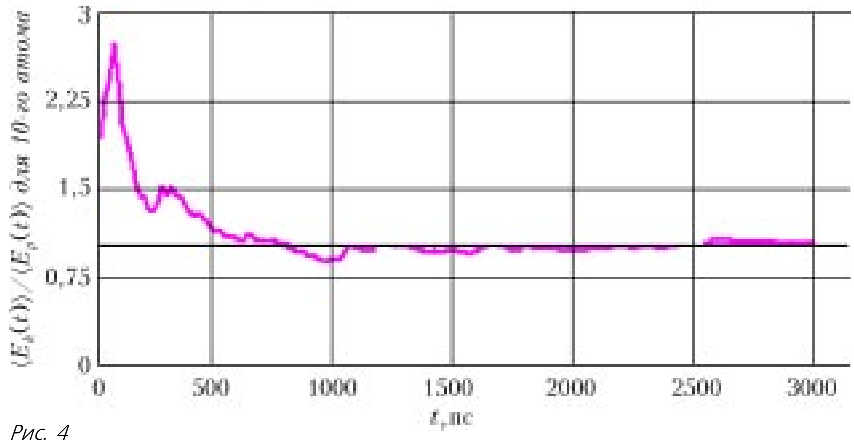

*Рис. 4*

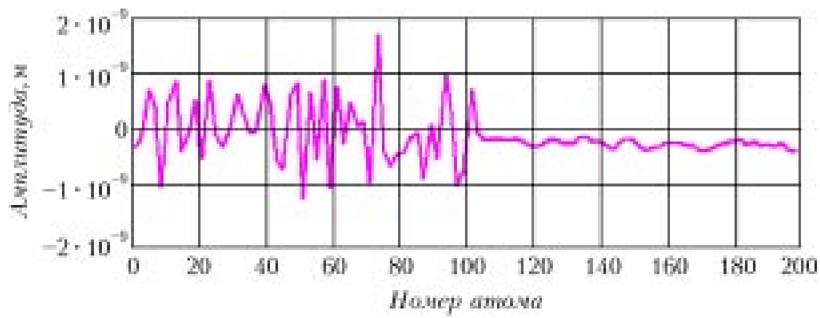

*Рис. 5*

ные амплитуды колебаний атомов разной массы находятся в соотношении $\sqrt{\dfrac{m}{M}}$ (рис.5).

Решение представлено командой лицея 1580 при МГТУ им.Н.Э.Баумана в составе: Вельц Сергей, Быкадорова Наталья, Бузынин Николай, Глущенко Константин.

### X Турнир «Компьютерная физика»

Международный Интеллект-клуб «ГЛЮОН» приглашает региональные центры, гимназии и школы , работающие с одаренными детьми, принять участие в X Турнире «Компьютерная физика» в январе – феврале 2006 года в Дубне (Московская область).

Заявки на участие присылайте по адресу: 115522 Москва, Пролетарский пр., 15/2, МИК «ГЛЮОН».

Тел.: (095)517-8014, факс: (095)396-8227,
e-mail: gluon@yandex.ru (для информации см.
сайт: www.informika.ru/text/goscom/gluon).

### Заочный тур. «Кинетика фазовых переходов»

При нагревании выше некоторой температуры любое вещество переходит в газообразное состояние. Это связано с тем, что, когда кинетическая энергия атомов или молекул вещества оказывается больше потенциальной энергии их взаимодействия, происходит разрыв межмолекулярных связей. Известно, что между молекулами инертных газов (молекулами, не обладающими дипольным моментом) на больших расстояниях действуют силы притяжения (силы Ван-дер-Ваальса), а на малых расстояниях они сменяются силами отталкивания. Такое взаимодействие между атомами можно описать потенциалом Леннарда–Джонса

$$U(r) = -U_0\left(\left(\frac{r_0}{r}\right)^6 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{12}\right), \qquad (5)$$

где характерная величина $r_0$ определяется атомным размером: $r_0 \approx 1-4$ Å, а $U_0$ определяет глубину потенциальной ямы: для атомов инертных газов $U_0 \approx 0{,}05-0{,}02$ эВ. Соотношение характерной величины кинетической энергии молекул ($\sim kT$) и глубины потенциальной ямы определяет фазовое состояние вещества.

Предлагается промоделировать фазовый переход между газообразным и конденсированным состояниями в ансамбле атомов, взаимодействующих по закону (5).

Рассмотрим двумерный газ, состоящий из $n$ атомов массой $m$, находящийся в объеме $L \times L \times L$, где $L$ – линейный размер. Потенциал взаимодействия (5) между каждой парой атомов $i$ и $j$ ($i,j = 1, \ldots, n$) записывается в виде

$$U_{ij}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = -U_0\left(\left(\frac{r_0}{r_{i,j}}\right)^6 - \left(\frac{r_0}{r_{i,j}}\right)^{12}\right),$$

где $x_i, y_i$ и $x_j, y_j$ – декартовы координаты $i$-го и $j$-го атомов, а $r_{i,j} = \left|\vec{r}_i - \vec{r}_j\right| = \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2}$.

Динамику атомов можно определить из решения системы уравнений Ньютона, описывающей движение совокупности атомов. Если считать, что столкновения со стенками являются абсолютно упругими, то система оказывается замкнутой, и через некоторое время, определяемое начальными условиями, в ней установится состояние термодинамического равновесия. Подвод (или отвод) энергии к системе, приводящий к нагреванию (охлаждению), можно осуществить, предполагая, что в процессе взаимодействия с одной или несколькими стенками происходит увеличение (уменьшение) скорости теплового движения атомов. Варьируя величину изменения абсолютного значения скорости при столкновении со стенкой, можно изменять скорость нагрева (охлаждения) газа. Альтернативный способ ввода энергии заключается в принудительном увеличении кинетической энергии одного или нескольких атомов.

*Задание*

1. «Равновесие». Исследуйте равновесные свойства системы (наличие одной или двух фаз) и соотношения количества атомов в этих фазах, а также температуру каждой из подсистем в зависимости от полной начальной энергии системы. Определите время выхода на состояние равновесия. Диапазон кинетических энергий частиц варьируйте от нуля до 10 $U_0$. Скорость отвода (подвода) энергии в систему задайте, исходя из предположения, что при столкновении со стенкой энергия каждого сталкивающегося атома изменяется на величину $\Delta E = \zeta E$, где $E$ – энергия атома до столкновения, а $\zeta = 0-0{,}3$.

2. «Испарение». Пусть в начальный момент времени система находится при почти нулевой температуре, т.е. в конденсированном состоянии. Расстояние между соседними атомами равно равновесному, определяемому потенциалом (5), а кинетическая энергия всех атомов много меньше глубины потенциальной ямы. Подводя энергию к системе одним из вышеописанных способов, исследуйте процесс фазового перехода конденсированное состояние – пар. Определите конечное фазовое состояние системы в зависимости от величины подведенной энергии и получите значение температуры каждой из фаз. Полное количество подведенной энергии задайте в диапазоне до $10U_0n$.

3. «Конденсация». Пусть в начальный момент времени газ имеет температуру такую, что $kT \gg U_0$. Рассмотрите динамику перехода в конденсированное состояние в зависимости от скорости отвода тепла. Проанализируйте полученные зависимости температуры газообразной и конденсированной фаз от времени.

В качестве параметров используйте $r_0 = 4\,\mathring{A}$, $U_0/k = 200$ К (такие параметры приблизительно соответствуют потенциалу взаимодействия между атомами ксенона), масса атома составляет 130 атомных единиц. Считайте, что $L = 10^{-6}$см, число частиц $n = 100$.

*Публикацию подготовили*
*В.Альминдеров, А.Попов, О.Поповичева*

# XII Всероссийская заочная математическая олимпиада школьников

Всероссийская школа математики и физики «АВАНГАРД» совместно с Министерством образования и науки РФ при участии журнала «Квант» проводит очередную Всероссийскую заочную математическую олимпиаду для школьников 6–10 классов. Срок проведения олимпиады октябрь–декабрь 2005 года.

Чтобы принять участие в олимпиаде, нужно в течение недели после получения этого номера журнала решить предлагаемые ниже задачи, аккуратно оформить решения (каждую задачу – на отдельном листочке) и отослать по адресу: 115446 Москва, а/я 450, ОРГКОМИТЕТ, «М-КВАНТ» – номер класса.

В письмо вложите два пустых маркированных конверта с надписанным домашним адресом.

Заметим, что для участия в олимпиаде необязательно решить все задачи – достаточно хотя бы одной. Победители олимпиады получат призы, среди которых несколько бесплатных подписок на журнал «Квант» (Оргкомитет приложит все усилия к тому, чтобы поощрения и призы получили все, приславшие хотя бы одно правильное решение.)

Все учащиеся, приславшие свои работы в Оргкомитет олимпиады, независимо от результатов их проверки получат приглашение учиться на заочном отделении Всероссийской школы математики и физики «АВАНГАРД» в 2005/06 учебном году.

*Вниманию учителей математики 6–10 классов!*
*Пригласите к участию в олимпиаде своих учеников!*

## Задачи олимпиады

### 6 класс

**1.** В какое минимальное количество цветов можно раскрасить грани куба, чтобы соседние грани не были окрашены в одинаковый цвет?

**2.** Определите пропущенные числа и найдите сумму:

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + \ldots + 144 = ?$$

**3.** Известно, что сумма и произведение 2005 чисел, каждое из которых по абсолютной величине не превосходит 2005, равны нулю. Какое максимальное значение может принимать сумма квадратов этих чисел?

**4.** Докажите, что среди любых 11 целых чисел можно найти 2, разность которых делится на 10.

**5.** Докажите, что нельзя обойти конем шахматную доску с вырезанными полями a1 и h8, побывав на остальных полях ровно по одному разу.

### 7 класс

**1.** Известно, что для некоторой последовательности чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = n^2$$

для любого числа $n$. Найдите $a_{2005}$.

**2.** Докажите, что разность четырехзначного числа и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, не может равняться 2005.

**3.** На сколько частей делят пространство продолженные плоскости граней правильного тетраэдра?

**4.** Изобразите на координатной плоскости $0xy$ множество точек, координаты которых при $0 \le x \le 3$ и $-1 \le y \le 1$ удовлетворяют соотношению

$$(y-x)(y+x)(y-x+2)(y-2+x)(x-3)\times \times\left((x-0,5)^2+(y-0,25)^2\right)=0.$$

**5.** См. задачу 5 для 6 класса.

### 8 класс

**1.** См. задачу 1 для 7 класса.

**2.** Можно ли завернуть в платок размером $3\times 3$ куб со стороной 1, не разрезая платок?

**3.** На двух сторонах треугольника как на диаметрах построены круги. Докажите, что они полностью покроют треугольник.

**4.** Решите в целых числах уравнение

$$\left(x^2+y^2\right)\left(y^2+z^2\right)\left(x^2+z^2\right)=650.$$

**5.** Изобразите на координатной плоскости $0xy$ множество точек, координаты которых удовлетворяют соотноше-