

одном экземпляре докторскую диссертацию. 22 июня 1941 года началась война. Сергей Михайлович вместе с институтом эвакуировался в Казань, Колмогоров еще оставался в Москве. 16 октября 1941 года – в один из самых трагических дней в истории нашей столицы (немцы рвались к Москве) – Колмогоров в очень драматической и нервной обстановке, имея возможность взять с собой только самое необходимое, садится в поезд, отправляющийся вглубь России. Среди этого самого необходимого в чемодане Андрея Николаевича лежала диссертация Сергея Михайловича. Прибыв в Казань и возвращая автору его диссертацию, Колмогоров дал высокую оценку этой работе и рекомендовал ее к защите. В 1942 году в Казани Сергей Михайлович защищает докторскую диссертацию, а через два года получает профессорское звание. В предвоенные годы и в казанский период сложились тесные дружеские связи двух учеников А. Н. Колмогорова, двух его докторантов – С.М.Никольского и А.И.Мальцева.

В пятидесятые годы С.М.Никольский начинает еще один цикл своей творческой деятельности. Он разрабатывает новый подход к теории вложения и применения этой теории к дифференциальным уравнениям. И в теории приближений, и в теории вложения Сергей Михайлович Никольский занимает лидирующее положение в математическом мире.

Сергей Михайлович Никольский служил и поныне служит математике и математическому просвещению

на многих поприщах. До войны он преподавал в Днепропетровском университете. С 1941 года Сергей Михайлович работает в «Стекловке», где с 1953 по 1961 год он был заместителем директора, а с 1961 по 1989 год – заведующим отделом теории функций.

Много лет Сергей Михайлович возглавлял редакцию журнала «Труды Математического института им.В.А.Стеклова», был главным редактором реферативного журнала «Математика». Он много преподавал в Москве – в Московском университете, в Московском автодорожном институте, но больше всего – в Московском физико-техническом институте. Свою связь с МФТИ и МГУ он сохраняет и сегодня. Перу С.М.Никольского принадлежит множество замечательных монографий и учебников. Его учебник по математическому анализу, написанный совместно с его учеником Я.С.Бугровым, был удостоен Государственной премии. Хорошо известны учебники «Арифметика 5», «Арифметика 6», «Алгебра 7–9», созданные С.М.Никольским совместно с М.К.Потаповым, Н.Н.Решетниковым и А.В.Шевкиным. Очень большое внимание Сергей Михайлович уделяет сегодня проблемам математического образования.

Активнейшая творческая деятельность Сергея Михайловича Никольского продолжается.

Здоровья, радостей, жизненных и творческих удач Вам, Сергей Михайлович!

Метастабильные капли и обледенение самолета

А. СТАСЕНКО

Ш ЕЛ 1721 ГОД. ДАНИЭЛЬ ГАБРИЭЛЬ ФАРЕНГЕЙТ наполнил водой стеклянный шар (около дюйма в диаметре) с выводной трубкой (в 2–3 дюйма длиной), затем вскипятил воду, быстро запаял выводную трубку и выставил шар на ночь на пятнадцатиградусный мороз. Утром следующего дня он обнаружил воду в шаре... в жидком состоянии! Но как только он отломил запаянный конец выводной трубки, чтобы вылить воду, вода очень быстро замерзла. Сначала экспериментатор приписал это явление действию проникшего воздуха, но позднее заметил, что замерзание воды происходит от сотрясения, например при встряхивании запаянного шара.

Описанное состояние переохлажденной жидкости было названо *метастабильным*. Это означает, что при выполнении определенных условий оно относительно устойчиво (стабильно). Если же эти условия нарушены, переохлажденная жидкость отвердевает, т.е. переходит в более устойчивое состояние (аналогично тому, как конденсируется пересыщенный пар) – конечно, с выделением теплоты фазового превращения.

В облаках капли воды остаются в жидком состоянии при температуре -40°C в течение часов и даже суток. (А в лабораторных условиях удается получить жидкую воду, охлажденную ниже -70°C .) И когда самолеты стали летать все выше и выше и попадать в переохлаж-

денные облака, пилоты столкнулись с новым грозным явлением – обледенением летательного аппарата. Вот, например, что происходило во время исторического перелета В.Чкалова, Г.Байдукова и А.Белякова через Северный полюс в США (июнь 1937 г.):

«Первый контакт со стихией начинается над Кольским полуостровом... Появляются первые признаки обледенения: стекла пилотской кабины становятся матовыми. Начинается тряска. Белая облачная муть... Не видны концы крыльев. Обледенение усиливается. Оно охватывает винт... Второй циклон встречает экипаж через несколько часов в Баренцевом море. Облака встают перед самолетом стеной... Все еще тяжело загруженный горючим «СССР NO-25» буквально заползал на новые метры высоты, обрастая ледяной коркой и готовый в любую минуту свалиться в пропасть».

К счастью, этот перелет кончился триумфом. Многим другим экипажам повезло меньше.

Попробуем разобраться в описанном явлении с физической точки зрения. Прежде всего, выясним, почему капли воды в облаках остаются жидкими, несмотря на охлаждение ниже точки замерзания. Ведь все знают, что вода в бутылке или ведре, выставленная на мороз, превращается в лед. Оказывается, дело в том, что для замерзания недостаточно переохлаждения. Нужны еще ядра кристаллизации (точно так же, как для конденсации пересыщенного пара нужны ядра конденсации). Этими ядрами могут быть и молекулы самой воды, которые выстроились в определенном порядке, – но это процесс случайный и тем менее вероятный, чем меньше переохлаждение. А вот если есть мельчайшие частицы какой-либо примеси (нанопылинки, нанокристаллики солей и т.п.), то на них начинается рост кристалла воды и при малом переохлаждении. Но появление пылинки в капле тоже тем менее вероятно, чем мельче капля. Действительно, если, например, в пироге содержится k изюминок и вы разрезали пирог на k частей, то средняя вероятность встретить изюминку в наугад выбранном куске равна единице. А если разрезать пирог на $1000k$ кусков, то возможность изюминки попасть в данный кусок – уже одна тысячная. А если на миллион, на миллиард..?

Поскольку капли воды в облаках имеют размеры порядка одного – десяти микрометров, то на всех просто не хватает посторонних (гетерогенных) ядер конденсации. Вот капли и висят в облаках, будучи переохлажденными гораздо ниже 0°C . Но если ударит гром (звуковая волна) или пролетит самолет, с поверхностью которого они столкнутся, тут встряска заставит их вспомнить, что уже давно пора кристаллизоваться. Нет, не напрасно Фаренгейт кипятил воду перед замораживанием – он удалял гетерогенные ядра конденсации. (Кстати, это тот самый Фаренгейт, который предложил известную температурную шкалу. Ею до сих пор пользуются в англоязычных странах.)

И тут мы подошли вплотную к описанию обледенения крыла самолета. Эксперименты и расчеты показывают, что наледь имеет две характерные формы (рис.1). Дело не только в том, что при этом летательный аппарат просто тяжелеет, – главное в том, что портится

профиль крыла, это – важнейшего элемента летательного аппарата, заботливо рассчитанного теоретиками и испытанного экспериментаторами в аэродинамических

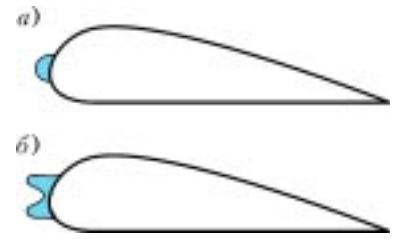


Рис. 1

трубах. Наличие посторонних «нашлепок» может привести к срыву потока воздуха уже вблизи передней кромки крыла и резкому уменьшению его подъемной силы. Вот почему наш доблестный экипаж боялся «свалиться в пропасть».

Представим себе переднюю кромку крыла в виде цилиндрической поверхности, на которую уже намерз слой толщиной h (рис.2). Вообще говоря, толщина слоя зависит от координаты θ точки на поверхности цилиндра. Более того, и угол наклона α внешней поверхности ледяного слоя по отношению к поверхности цилиндра тоже может быть разным.

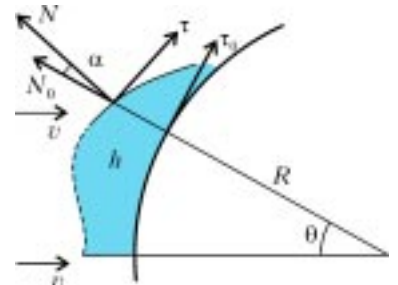


Рис. 2

Поэтому векторы нормали \vec{N} и касательной $\vec{\tau}$ к этой внешней поверхности не совпадают с соответствующими векторами \vec{N}_0 и $\vec{\tau}_0$ при отсутствии обледенения, а повернуты на угол α .

Будем предполагать, с одной стороны, что капли достаточно крупные, так что можно пренебречь искривлением их траекторий при подлете к нашему цилиндру. Следовательно, угол их падения на внешнюю поверхность слоя льда равен $\theta + \alpha$, а нормальная составляющая скорости удара равна $v \cos(\theta + \alpha)$. Далее, если в невозмущенной атмосфере концентрация микрокапель равна n , а масса каждой капли m , то поток массы капель на единицу поверхности слоя льда равен $nmv \cos(\theta + \alpha)$. Обозначим $nm = \rho_\infty$, где ρ_∞ – это объемная массовая плотность микрокапель, или, как говорят метеорологи, водность атмосферы.

С другой стороны, будем считать капли достаточно малыми, так что при ударе о твердую поверхность они не дробятся, а мгновенно примерзают к ней.

Итак, за время Δt на единицу поверхности выпадет масса $\rho_\infty v \cos(\theta + \alpha) \cdot \Delta t$, которая превратится в слой льда толщиной Δh с плотностью $\rho_\text{л}$. Отсюда получим, что скорость роста толщины слоя будет равна

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{\rho_\infty v \cos(\theta + \alpha)}{\rho_\text{л}} \quad (1)$$

Для оценки примем значение водности $\rho_\infty = 1 \text{ г/м}^3$, плотности льда – $\rho_\text{л} = 900 \text{ кг/м}^3$, а скорости – $v = 100 \text{ м/с}$. Тогда получим

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{10^{-3} \text{ кг/м}^3}{900 \text{ кг/м}^3} 100 \text{ м/с} \cdot \cos(\theta + \alpha) \leq 10^{-4} \text{ м/с} = 0,1 \text{ мм/с}.$$

Значит, за десять секунд полета в облаке на цилиндре

нарастет слой льда толщиной 1 мм, за сто секунд – 1 см, за тысячу секунд...

И что же, этот процесс будет продолжаться, пока наш цилиндр движется в облаке или пока не упадет самолет, который моделируется этим цилиндром? Чтобы ответить на этот вопрос, учтем еще один факт. А именно – при отвердевании каждой капли, примерзшей к крылу, выделяется теплота кристаллизации (или теплота плавления). Кроме того, каждая единица массы капель несет кинетическую энергию $v^2/2$. А еще можно учесть, что температура капель изменяется от температуры в облаке T_∞ до температуры внешней поверхности слоя T_Π , которая пока что неизвестна.

Таким образом, на каждом квадратном метре внешней поверхности слоя выделяется в секунду энергия, равная

$$\rho_\infty v \cos(\theta + \alpha) \cdot \left(\lambda + \frac{v^2}{2} + c_\Pi (T_\infty - T_\Pi) \right),$$

где λ и c_Π – удельная теплота кристаллизации воды (плавления льда) и удельная теплоемкость льда соответственно.

А куда девается эта теплота? Конечно, часть ее идет на подогревание слоя льда, часть уносится потоком воздуха (в пограничном слое), часть проникает внутрь слоя – в сторону крыла (к поверхности цилиндра), имеющего температуру $T_{кр}$. Для того чтобы найти плотность потока тепла q внутрь слоя льда, используем определение коэффициента теплопроводности χ :

$$q = \chi \frac{T_\Pi - T_{кр}}{h}.$$

Смысл этого выражения прост: плотность потока тепловой энергии в неподвижном слое толщиной h пропорциональна разности температур на поверхностях этого слоя и обратно пропорциональна толщине слоя. А коэффициент пропорциональности и есть коэффициент теплопроводности. Его значение можно найти в физическом справочнике.

Далее, примем еще такие упрощающие предположения. Будем считать, что и облако, – ведь поверхность крыла, не покрытая слоем льда, гораздо больше, чем обледеневшая, а теплопроводность металла велика. Иными словами, пусть $T_{кр} = T_\infty$. Кроме того, пренебрежем отводом тепла в пограничный слой воздуха. В результате получим следующее уравнение баланса энергии:

$$\rho_\infty v \cos(\theta + \alpha) \cdot \left(\lambda + \frac{v^2}{2} + c_\Pi (T_\infty - T_\Pi) \right) = \chi \frac{T_\Pi - T_\infty}{h}.$$

Слой льда в данной точке цилиндра, характеризуемой углом θ , будет расти до тех пор, пока температура поверхности льда не достигнет температуры его плавления (или отвердевания воды) $T_{пл}$. Полагая $T_\Pi = T_{пл}$, из последнего уравнения найдем предельную толщину слоя льда:

$$h_* = \frac{\chi (T_{пл} - T_\infty)}{\rho_\infty v \cos(\theta + \alpha) \cdot \left(\lambda + \frac{v^2}{2} + c_\Pi (T_\infty - T_{пл}) \right)}. \quad (2)$$

В этой формуле нам не известна зависимость от времени угла α наклона внешней поверхности слоя льда по отношению к касательной плоскости в точке θ . Но по крайней мере мы знаем ее при $\theta = 0$ (в точке торможения потока). Действительно, в силу симметрии мы можем ожидать $\alpha(0) = 0$. Тогда из выражения (1) можно найти то время, за которое слой льда в точке торможения вырастет до значения h_* :

$$t_* = \frac{\rho_\Pi h_*}{\rho_\infty v} = \frac{\rho_\Pi \chi (T_{пл} - T_\infty)}{\rho_\infty^2 v^2 \left(\lambda + \frac{v^2}{2} + c_\Pi (T_\infty - T_{пл}) \right)}. \quad (3)$$

Выпишем необходимые табличные данные:

$$\lambda = 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}, \quad c_\Pi = 2,1 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)},$$

$$\chi = 2,2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}.$$

Принимая $T_{пл} - T_\infty = 10$ К (температура облака капель на десять градусов ниже точки плавления льда), получим

$$t_* = \frac{900 \cdot 2,2 \cdot 10}{10^{-6} \cdot 10^4 \left(3,35 \cdot 10^5 + \frac{1}{2} 10^4 - 2,1 \cdot 10^4 \right)} \text{ с} \sim 10 \text{ с}.$$

(Сравнение чисел в скобках показывает, что основную роль играет теплота кристаллизации.)

Начиная с этого момента, толщина слоя льда в точке торможения перестанет расти, а прибывающие массы переохлажденных капель будут растекаться симметрично по поверхности цилиндра, отвердевая при больших значениях угловой координаты θ . Ясно, что до момента времени t_* толщина растущего слоя льда будет иметь максимальные значения в точке торможения (см. рис.1,а), а при $t > t_*$ образуются симметричные «рога» (см. рис.1,б). Эту зависимость от времени иллюстрирует рисунок 3. Конечно, все наши вычисления будут верны до тех пор, пока слой льда остается достаточно тонким ($h \ll R$).

Добавим, что рассмотренный процесс обледенения опасен не только для летательных аппаратов, а еще, например, для проводов высоковольтных линий. Прежде всего, провод «тяжелее». Вдобавок, поперечное сечение слоя льда на проводе имеет форму, подобную профилю крыла, и при обдуве ветром провод подпрыгивает вверх, а затем под действием сил упругости и тяжести падает вниз. Все это нередко приводит к обрыву проводов.

А теперь вдумчивый Читатель может перечислить все упрощающие предположения, сделанные выше, и попытаться снять хотя бы одно из них. В результате Он получит новую, более совершенную физическую модель рассмотренного процесса.

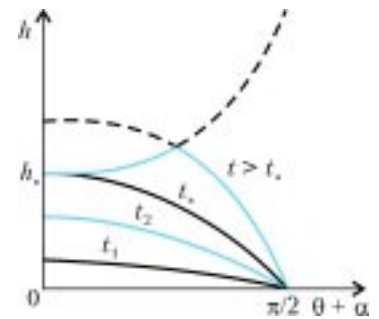


Рис. 3