

Заочная школа СУНЦ НГУ

Заочная школа (ЗШ) Специализированного учебно-научного центра (СУНЦ) Новосибирского государственного университета (НГУ) приглашает школьников 7–11 классов и абитуриентов расширить и углубить свои знания по школьным предметам и подготовиться к вступительным экзаменам в высшие учебные заведения.

Кроме отдельных учащихся, в ЗШ принимаются факультативные группы, организованные в общеобразовательных школах. Лучшие учащиеся ЗШ ежегодно приглашаются в Летнюю школу для участия в конкурсе СУНЦ НГУ. Учащиеся, успешно выполнившие все задания, по окончании одиннадцатого класса получают удостоверение ЗШ.

Зачисление в Заочную школу СУНЦ НГУ производится круглогодично. Чтобы туда поступить, необходимо прислать в адрес ЗШ выполненное первое задание и заявление о приеме. Работа должна быть выполнена в ученической тетради в клетку. Обязательно запишите краткое условие каждой задачи. Номера задач должны совпадать с теми, которые указаны в задании. Пишите четко, разборчиво, оставляя поля для замечаний преподавателя.

На обложке тетради нужно указать:

- 1) Отделение (математическое или физическое)
- 2) Номер задания
- 3) Фамилию, имя, отчество
- 4) Класс, в котором Вы учитесь в своей школе
- 5) Ваш подробный домашний адрес, с указанием индекса почтового отделения, телефона (с кодом города), e-mail
- 6) Адрес Вашей школы и телефон/факс (с кодом города), e-mail
- 7) Фамилию, имя, отчество преподавателя в Вашей школе по математике и по физике

Работу отсылайте только простой бандеролью. В тетрадь вложите листок бумаги размером 6×10 см с написанным на нем Вашим адресом.

Выполненное задание и заявление о приеме высылайте по адресу: 630090 Новосибирск-90, ул. Ляпунова, 3, Заочная школа СУНЦ НГУ.

E-mail: distant@sesc.nsu.ru

Телефон: (383) 339-78-89

Адрес в интернете: <http://sesc.nsu.ru>

ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

Математическое отделение

7 класс

1. Из пункта *A* в пункт *B* вышел товарный поезд. Спустя 3 ч вслед за ним вышел пассажирский поезд, скорость которого на 30 км/ч больше скорости товарного. Через 15 ч после своего выхода пассажирский поезд оказался впереди товарного на 300 км. Определите скорость товарного поезда.

2. На соревнованиях по подледному лову рыбы приняли участие Саша, Митя и Вова. Один из них поймал 12 окуней, другой – 14, а третий – 22 окуня (но у кого сколько – неизвестно). Саша отдал Мите столько окуней, сколько было у Мити, затем Митя отдал Вове столько окуней, сколько было у Вовы, а Вова отдал Саше столько окуней, сколько оставалось у Саши. В результате у всех ребят окуней стало поровну. Можно ли определить, сколько окуней поймал каждый из ребят?

3. После выстрела барона Мюнхгаузена в оленя (известно из уст самого барона) у оленя на голове выросло роскошное вишневое дерево со 120 прекрасными ветками. На самой верхней ветке выросла одна вишенка, а на каждой последу-

ющей ветке ниже выросло на одну вишенку больше, чем на предыдущей ветке повыше. Сколько всего вишенок выросло на вишневом дереве?

4. За первый час езды мотоциклист проехал $\frac{1}{5}$ всего пути и еще 25 км, за второй час он проехал 30% всего пути и еще 10 км и за третий час – оставшиеся 40 км. Сколько километров мотоциклист проехал за второй час?

5. Когда Коля был молод, как Оля, годом меньше было тетушке Поле, чем Коле теперь вместе с Олей. Сколько лет было Коле, когда тетушка Поля была в возрасте Коли?

6. Разрежьте квадрат на 20 равных треугольников.

7. Заполните пустые клетки квадрата 5×5 буквами Ц, И, Ф, Р, А так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и по обоим диагоналям стояли разные буквы.

8 класс

1. Буратино хочет купить букварь с цветными картинками, но ему не хватает 18 сольдо. На этот же букварь Мальвине не хватает 7 сольдо, а Пьеро – 10 сольдо. Смогут ли Пьеро и Мальвина вместе купить один букварь на двоих?

2. Из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу выехали одновременно два автобуса. Первый, имея вдвое большую скорость, проехал весь путь на 1 час быстрее второго. На сколько минут раньше произошла бы их встреча, если бы скорость второго увеличилась до скорости первого?

3. Пусть *P* – точка пересечения высот в треугольнике *ABC*. Известно, что $AB = CP$. Найдите величину угла *ACB*.

4. Найдите все пятизначные числа $2m57n$ (*m*, *n* – цифры), которые делятся на 15.

5. Коммерсант Ильин купил ручные часы и ремешок к ним. Через три дня он продал обе вещи за 2060 рублей, получив 3% прибыли. За сколько рублей были куплены часы и ремешок к ним первоначально, если на часах коммерсант заработал 20%, а на ремешке потерял 20%?

6. Можно ли построить 11 домиков и провести тропинки к ним так, чтобы от каждого домика выходило ровно 5 тропинок?

7. Пусть *x* и *y* – целые числа такие, что $3x + 7y$ делится на 19. Докажите, что $43x + 75y$ тоже делится на 19.

9 класс

1. Из молока жирности 5% делают творог жирности 15,5%, при этом остается сыворотка жирности 0,5%. Сколько творога получится из одной тонны молока?

2. Найдите сумму всех четырехзначных натуральных чисел, не делящихся на 11.

3. Внутри полосы, образованной двумя параллельными прямыми, расположены две окружности, касающиеся друг друга внешним образом. При этом первая из них касается одной прямой, а вторая – другой. Докажите, что точки касания окружностей с прямыми и друг с другом лежат на одной прямой.

4. В треугольнике *ABC* на стороне *BC* взята точка *N*. Медиана *CM* делит отрезок *AN* в отношении 2:3. Найдите отношение $BN:NC$.

5. Решите систему уравнений

$$1 - x_1x_2x_3 = 0, \quad 1 + x_2x_3x_4 = 0, \quad 1 - x_3x_4x_5 = 0,$$

$$1 + x_4x_5x_6 = 0, \quad \dots, \quad 1 - x_{49}x_{50}x_1 = 0, \quad 1 + x_{50}x_1x_2 = 0.$$

6. Камни лежат в трех кучках: в одной – 51 камень, в другой – 49, в третьей – 5 камней. Разрешается объединять любые две кучки в одну, а также разделять кучку, состоящую из четного количества камней, на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?

10 класс

1. В каждом из двух сосудов находится по A литров воды. Из первого сосуда во второй переливают половину имеющейся в нем воды, затем из второго переливают треть имеющейся в нем воды в первый, потом из первого переливают четверть имеющейся в нем воды во второй и т.д. Сколько воды окажется в каждом из сосудов после 2006 переливаний?

2. Найдите все прямоугольники с целочисленными сторонами, площадь которых численно равна периметру.

3. Точка D – середина стороны AC треугольника ABC , отрезки DE и DF – биссектрисы углов ADB и CDB . Отрезки BD и EF пересекаются в точке M . Докажите, что EF вдвое длиннее MD .

4. Две окружности пересекаются в точках M и N . Через точку N проведена прямая, вторично пересекающая эти окружности в точках A и B . Касательные к окружностям, проведенные в точках A и B , пересекаются в точке D . Докажите, что сумма углов AMB и ADB равна 180° .

5. Решите уравнение $(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$.

6. На клетчатой доске 4×4 играют двое. Ходят по очереди, и каждый играющий своим ходом закрашивает одну клетку. Проигрывает тот, после хода которого образуется закрашенный квадрат 2×2 . Кто победит при правильной игре: тот, кто начинает игру, или его партнер?

11 класс

1. Ученик не заметил знак умножения между двумя трехзначными числами и написал одно шестизначное число, которое оказалось в семь раз больше произведения этих чисел. Найдите эти числа.

2. Мальчик и девочка, вместе войдя в парк, отправились по двум различным дорожкам к фонтану и достигли его одновременно. Девочка прошла весь путь длиной 160 метров с постоянной скоростью. Мальчик преодолел путь длиной 294 метра, причем в течение первой минуты он бежал по прямолинейному участку дорожки со скоростью, в 2,4 раза большей, чем скорость девочки, а оставшуюся часть пути до фонтана он прошел со скоростью 90 метров в минуту. Найдите скорость девочки.

3. Вычислите без калькулятора значение выражения

$$\sin^4 \frac{\pi}{16} + \sin^4 \frac{3\pi}{16} + \sin^4 \frac{5\pi}{16} + \sin^4 \frac{7\pi}{16}.$$

4. Пусть A и B – фиксированные точки данной окружности, X – переменная точка той же окружности. На каждой ломаной, состоящей из двух отрезков AX и XB , отметим ее середину M . Если AX больше XB , то M – такая точка отрезка AX , что $AM = MX + XB$. Найдите множество точек M .

5. Сколько различных решений, удовлетворяющих условию $1 < x < 2007$, имеет уравнение $\{x[x]\} = 0,5$? (Здесь $\{x\}$ – дробная часть числа, $[x]$ – целая часть числа.)

6. Докажите, что в круге радиуса 1 нельзя выбрать более пяти точек, попарные расстояния между которыми больше 1.

Физическое отделение

9 класс

1. Из пункта A одновременно в разные стороны начали движение два пешехода. Через время t_0 один из пешеходов, желая что-то сообщить второму, повернулся, побежал и через время t_0 догнал его. Определите скорость v бегущего, если скорость пешеходов u .

2. Длина кольцевой дороги, имеющей форму правильной окружности, равна 100 км. Из одной точки дороги одновременно стартовали два автомобиля: один со скоростью

40 км/ч, другой со скоростью 60 км/ч. Через какое время расстояние между ними (по прямой) будет максимально? Чему оно равно?

3. Шарик, плавающий в сосуде, оказывается погруженным в жидкость на $3/4$ своего объема. После того как аккуратно долили в сосуд жидкость, плотность которой в 2 раза меньше плотности первой жидкости, шарик скрылся полностью. На какую часть объема шарик оказался погружен в тяжелую жидкость в этом случае?

4. Из проволоки, сопротивление которой R , сделали кольцо. Чему равно сопротивление, измеренное между точками A и B кольца, если угол между радиусами, приведенными в эти точки, равен 90° ?

10 класс

1. Решите задачу 2 для 9 класса.

2. От вертолета, летящего горизонтально с ускорением a , на высоте H оторвался прикрепленный груз. Скорость вертолета в этот момент равнялась v_0 . На каком расстоянии x от вертолета будет находиться груз в момент приземления? Сопротивлением воздуха пренебречь.

3. Груз свободно вращается на нити длиной L вокруг горизонтальной оси в поле тяжести. Найдите массу груза m , если в процессе движения максимальное натяжение нити в два раза больше минимального и равно T_0 .

4. В системе, изображенной на рисунке 1, тело касается правой стенки, когда пружина не деформирована. В начальный момент пружину сжали на x_0 и отпустили. При ударе тела о правую стенку теряется 50% его кинетической энергии. Найдите, на каком максимальном расстоянии от правой стенки окажется тело после удара. Трения нет.

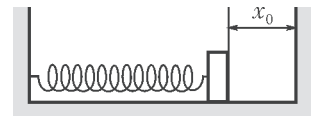


Рис. 1

5. Тело массой M начинает съезжать по гладкой плоскости, наклоненной под углом α к горизонту. После того как оно опустилось на h , в него попадает летящая горизонтально пуля массой m . Найдите скорость пули v , если после абсолютно неупругого удара тело с пулей поднялось на $h/4$.

11 класс

1. Решите задачу 2 для 10 класса.

2. Решите задачу 4 для 10 класса.

3. В вертикально стоящем цилиндрическом сосуде под массивным поршнем находится газ. После того как на поршень положили груз, объем газа под поршнем уменьшился в 1,5 раза. Каков будет объем газа после того как на поршень положат еще один такой же груз? Начальный объем газа V_0 , температура газа остается неизменной.

4. Найдите напряженность электрического поля в центре равностороннего треугольника со стороной a , в вершинах которого находятся точечные заряды q , q и $3q$.

5. На середине дна прямоугольной ямки шириной $2h$ закреплено небольшое заряженное тело (рис.2). Силы трения удерживают на стенках ямки на одинаковой высоте h два других заряженных тела. При каком минимальном значении коэффициента трения между телами и стенками это возможно? Заряды всех тел одинаковы. Силой тяжести пренебречь.

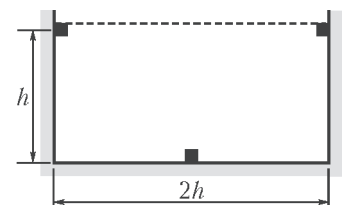


Рис. 2