Вверх и вниз через атмосферу

К.БОГДАНОВ

Можно ли улететь в космос на воздушном шаре?

В течение многих лет этот вопрос волновал известного русского ученого и изобретателя в области аэро- и ракетодинамики К.Э.Циолковского. Сначала он пытался обосновать возможность, а потом – невозможность таких полетов. И только в 1903 году ученый дал окончательный отрицательный ответ в ставшей классической работе «Исследование мировых пространств реактивными приборами».

Рассчитывая необходимые размеры шара массой 1 кг, наполненного водородом, который мог бы поднять 1 кг полезного груза на высоту 27 км, Циолковский пришел к заключению, что «...даже папиросная бумага будет в 5 раз тяжелее той материи, которая должна быть употреблена на наш аэростат. Такая материя, в применении к аэростату, невозможна, потому что оболочка, сделанная из нее, будет рваться и сильно пропускать газ». И далее: «Что же сказать о поднятии приборов на большую высоту? Размеры аэростатов должны быть еще значительно больше, но не надо при этом забывать, что с увеличением размеров воздушного шара разрывающие оболочку силы все более и более берут перевес над сопротивлением материала. За пределы атмосферы поднятие приборов, с помощью воздушного шара, разумеется, совсем немыслимо...»

Итак, по мнению Циолковского, полет аэростатов в космос невозможен хотя бы только из-за отсутствия достаточно тонких и прочных материалов для оболочек аэростатов.

Прошло более ста лет, и сейчас создано довольно много материалов, о которых Циолковский не мог и мечтать. Так, использование полиэтиленовой пленки толщиной 3,4 мкм дало возможность японским ученым из Института космических исследований изготовить стратостат объемом 60000 м^3 (диаметром 50 м), масса которого составила всего 35 кг. В мае 2002 года этот стратостат установил рекорд, поднявшись на высоту 53 км с полезным грузом около 5 кг, состоящим из двух телевизионных камер и прибора для определения высоты. График рекордного подъема этого стратостата изображен на рисунке 1.

Таким образом, развитие технологий показало, что пророчество Циолковского в отношении воздушных шаров, вообще говоря, оказалось не совсем верным. Ведь на высоте 53 км плотность атмосферы составляет меньше $1/1000$ от ее плотности на уровне моря, поэтому можно считать, что с помощью воздушных шаров приборы за пределы атмосферы все-таки подняли! Так, может быть, вообще не существует верхнего предела для высоты, на которую может подняться стратостат? Попробуем ответить на этот вопрос.

Оцениваем энергию опускающегося атмосферного столба

Аэростат движется вверх, поскольку снизу на него действует выталкивающая сила Архимеда со стороны окружающего воздуха. Поднимаясь, аэростат освобождает под собой место, которое занимает воздух, вытесненный аэростатом сверху. Потенциальная энергия этого движущегося сверху вниз воздуха уменьшается, и часть этой энергии переходит в механическую энергию стратостата. Если $M_а$ – масса перемещающегося атмосферного воздуха, а H – характерная высота стратостата, то максимальная энергия, которая может быть передана стратостату от опускающегося воздуха,

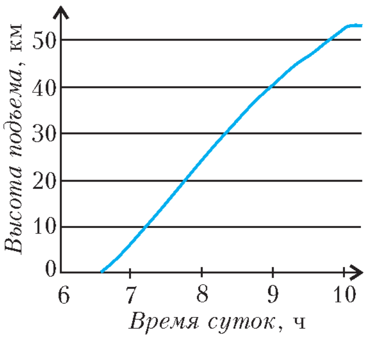

Рис.1. Рекордный подъем в воздух японского стратостата 22 мая 2002 года

равна

$$W_{max} = M_a gH .$$

Из справочника по физике можно узнать, что плотность ρ воздуха в атмосфере уменьшается с высотой h по экспоненциальному закону (рис.2)

$$\rho = \rho_0 e^{-bh} ,$$

где $\rho_0 = 1,23$ кг/м^3 – плотность воздуха на уровне моря, $b = 0,00013$ м$^{-1}$ – константа, связанная с плотностью ρ_0, ускорением свободного падения $g = 9,8$ м/с^2 и атмосферным давлением у поверхности земли $p_a = 101$ кПа соотношением $b = \rho_0 g/p_a$. Если максимальная площадь поперечного сечения стратостата в горизонтальной плоскости равна S, то, интегрируя выражение для плотности ρ, легко найти массу перемещающегося сверху вниз атмосферного воздуха:

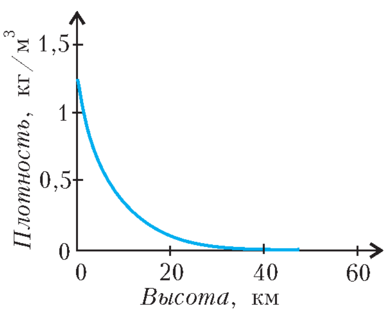

Рис.2. Изменение плотности атмосферы с высотой

$$M_a = \frac{\rho_0}{b} S .$$

Подставляя эту массу в формулу для максимальной энергии, получаем

$$W_{max} = \frac{\rho_0 g}{b} SH = \frac{\rho_0 g}{b} V ,$$

где V – объем стратостата.

Можно ли навсегда покинуть Землю на стратостате?

Сравним энергию опускающегося столба атмосферы W_{max} с энергией W_{II}, которую необходимо передать телу массой m, чтобы навсегда вывести его за пределы тяготения Земли, придав ему вторую космическую скорость $v_{II} = 11,2$ км/с. Можно показать, что

$$W_{II} = mgR_З ,$$

где $R_З = 6400$ км – радиус Земли. Если считать, что вся энергия опускающегося столба атмосферы переходит в кинетическую энергию поднимающегося тела, то это тело, поднимаясь, может достичь второй космической скорости при условии

$$W_{II} \le W_{max} , \text{ или } \frac{m}{V} \le \frac{\rho_0}{bR_З} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3 .$$

Это означает, что улететь далеко в космос, затратив только энергию атмосферы, мы сможем, когда научимся заполнять почти невесомые и очень прочные стратостаты... вакуумом. Например, если изготовить заполненный вакуумом стратостат массой 1 кг и объемом 1000 м^3, то такой гипотетический стратостат в принципе мог бы улететь навсегда в космос при условии, что атмосфера не будет сопротивляться его движению.

Конечно, все это из области фантастики, но ведь и Циолковский сто лет тому назад тоже фантазировал.

Кончаем фантазировать и оцениваем максимально возможную высоту подъема стратостата

Известно, что оболочку стратостата на земле заполняют лишь частично, и вот почему. Если сразу полностью надуть стратостат гелием, придав ему шарообразную форму и увеличив до предела подъемную силу, то, поднявшись высоко, он может лопнуть, не выдержав разности давлений. Поэтому отрывающийся от земли стратостат похож на длинный сморщенный чулок, слегка расширяющийся кверху. Поднимаясь в разреженные слои атмосферы, стратостат постепенно расширяется и принимает форму, близкую к шарообразной. Оценим максимальную высоту подъема такого стратостата.

Стратостат перестанет двигаться вверх и достигнет максимальной высоты h_{max}, когда сила Архимеда окажется равной силе тяжести. К этому времени стратостат раздуется полностью, его объем будет V_{max}, а сила Архимеда станет равной

$$F_A = \rho_0 e^{-bh_{max}} V_{max} g .$$

Пусть масса оболочки и оборудования стратостата равна M, а масса гелия, которым был заполнен стратостат на земле при температуре $T_a = 293$ К и нормальном атмосферном давлении p_a, составляет $m_г = \rho_г V_{min}$, где $\rho_г = 0,17$ кг/м^3 – плотность гелия и V_{min} – занимаемый им объем. Тогда сила тяжести стратостата будет равна

$$F_т = (M + m_г) g = Mg + \rho_г V_{min} g .$$

Приравнивая силы F_A и $F_т$, получаем следующее выражение для максимальной высоты подъема h_{max} гелиевого стратостата:

$$h_{max} = \frac{1}{b} \ln \frac{\rho_0 V_{max}}{M + \rho_г V_{min}} .$$

Из формулы для h_{max} следует, что, чем меньше V_{min}, тем выше поднимется стратостат. Однако уменьшать V_{min} мы можем только до тех величин, при которых стратостат сумеет оторваться от земли. А именно, пока

$$\frac{V_{min}}{M} > \frac{1}{\rho_0 - \rho_г} .$$

Величина в правой части полученного неравенства очень близка к единице. Таким образом, стратостат массой 40 кг (без газа) достаточно заполнить гелием в объеме 40 м^3, и он медленно пойдет вверх. Но на самом деле V_{min} должен быть на порядок больше расчетной величины, так как, заполняя стратостат, мы должны его расправить. Иначе, поднимаясь вверх, незаполненный шлейф стратостата может запутаться. Другими словами, гелий объемом V_{min} должен оказаться в верхней части стратостата. Чтобы сделать так, сооружают специальную платформу, на которой и заполняют стратостат.

Будем считать, например, что $V_{min} = V_{max}/100$. Подставляя в выражение для максимальной высоты $M = 40$ кг, $V_{max} = 60000$ м^3, $V_{min} = 600$ м^3 (при этом $V_{min}/M = 15$ м^3/кг), получаем $h_{max} \approx 48{,}2$ км.

Итак, наша оценка почти совпала с рекордной высотой подъема обсуждаемого японского стратостата.

А можно ли, заполнив тот же стратостат меньшим объемом гелия, добиться существенно большей высоты поднятия? Положив, например, $V_{min} = 400$ м^3 ($V_{min}/M = 10$ м^3/кг), получаем $h_{max} \approx 50{,}3$ км, что всего на 2 км больше. Дальше уменьшать V_{min}, очевидно, уже невозможно.

Однако, как следует из формулы для h_{max}, чтобы поднять стратостат еще выше, мы можем не только уменьшать V_{min}, но и увеличивать V_{max}. Найдем зависимость h_{max} от V_{max}, считая, что $V_{min}/M = 10$ м^3/кг и стратостат не поднимает никакого полезного груза. Пусть полностью раздутый стратостат имеет форму шара радиусом R_{max}. Тогда поверхность этого шара равна $4\pi R_{max}^2$, а масса оболочки составляет $M = \rho_c \cdot 4\pi R_{max}^2 d$, где ρ_c – плотность материала оболочки стратостата, а d – ее толщина. Разделив числитель и знаменатель дроби, от которой берется логарифм в формуле для h_{max}, на M, получаем

$$h_{max} = \frac{1}{b}\ln\frac{\rho_0 \dfrac{V_{max}}{M}}{1+\rho_г \dfrac{V_{min}}{M}} = \frac{1}{b}\ln\frac{\rho_0 \dfrac{R_{max}}{3\rho_c d}}{1+\rho_г \dfrac{V_{min}}{M}}.$$

Зависимость h_{max} от V_{max} показана сплошной линией на рисунке 3 для стратостата, сделанного из полиэтиленовой пленки плотностью $\rho_c = 1000$ кг/м^3 и толщиной $d = 3{,}4$ мкм при условии что $V_{min}/M = 10$ м^3/кг. Видно, что с ростом максимального объема стратостата увеличивается и максимальная высота его подъема, но в диапазоне от 60000 до 120000 м^3 эта высота возрастает лишь на 1 км. В то же время, использование более тонкой пленки, например толщиной 2 мкм, дает увеличение высоты подъема почти на 5 км для стратостатов любых размеров (см. пунктирную линию на рисунке 3).

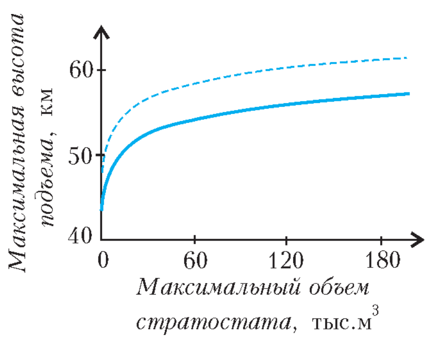

Рис.3. Теоретическая зависимость высоты подъема стратостата от его максимального объема

Оцениваем скорость подъема стратостата

Стратостат является незаменимым устройством для послойного изучения атмосферы, поскольку он поднимается вверх довольно медленно. Так, например, упомянутый японский стратостат до своей рекордной высоты поднимался более трех часов практически равномерно со скоростью около 260 м/мин (см. рис.1). От каких же параметров зависят скорость и время подъема стратостата, и можно ли их оценить теоретически?

На стратостат действуют три силы – сила Архимеда, сила сопротивления воздуха и сила тяжести. Сила Архимеда, толкающая вверх стратостат объемом V, находящийся на высоте h, равна

$$F_А = \rho V g = \rho_0 e^{-bh} V g.$$

Сила тяжести стратостата, заполненного гелием, была нами выведена ранее:

$$F_т = Mg + \rho_г V g.$$

Сила сопротивления воздуха, действующая на стратостат при его равномерном подъеме со скоростью v, равна

$$F_{сопр} = CS\frac{\rho v^2}{2},$$

где S – площадь поперечного сечения стратостата, а C – безразмерный коэффициент, называемый коэффициентом аэродинамического сопротивления, который для шарообразной формы стратостата составляет 0,24. (Подробнее об аэродинамической силе, одной из составляющих которой является сила сопротивления, можно прочитать в книге А.Л.Стасенко «Физические основы полета» – вып.91 «Библиотечки «Квант».)

Заметим, однако, что воздух играет еще одну роль. При ускоренном движении стратостат вынужден придавать ускорение некоторой массе воздуха, находящегося перед ним, поэтому масса стратостата как бы увеличивается. Это увеличение массы называют присоединенной массой. Как показывают расчеты, при ускоренном подъеме шарообразного стратостата присоединенная масса равна половине массы воздуха в объеме, занимаемом стратостатом.

Итак, все силы, действующие на стратостат, описаны, но, перед тем как оценить скорость подъема, нам необходимо описать изменение формы и объема стратостата при подъеме.

Пусть верхняя часть стратостата всегда имеет форму полусферы радиусом r, равным радиусу поперечного сечения стратостата, а нижняя его часть представляет собой половину эллипсоида вращения с полуосями r, r и L (рис.4). При движении вверх, когда давление воздуха снаружи падает, объем стратостата увеличивается, площадь его поперечного сечения πr^2 растет, а вертикальный размер L уменьшается, приближаясь к r_{max}. В конце концов стратостат принимает шарообразную форму с радиусом r_{max}. Чтобы описать все промежуточные формы стратостата, можно считать, что для них справедливо следующее равенство:

$$r + L = 2r_{max}.$$

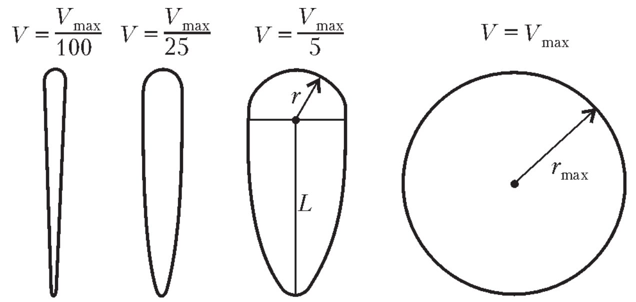

Рис.4. Изменение формы и объема модельного стратостата при подъеме

При этом объем стратостата равен

$$V = \frac{4}{3}\pi r^2 r_{max} = \frac{4}{3} S r_{max}.$$

Но пока оболочка стратостата не натянулась, его объем можно вычислить по уравнению Клапейрона–Менделеева, считая, что давление и температура гелия равны соответствующим параметрам воздуха снаружи. Легко показать, что при подъеме сила Архимеда, до тех пор пока оболочка стратостата не натянулась, остается неизменной и равной весу воздуха, вытесненного стратостатом у поверхности земли:

$$F_A = m_в g = \rho_в V_{min} g = \frac{p_а M_в}{R T_а} V_{min} g,$$

где $M_в = 29$ г/моль – молярная масса воздуха. Тогда объем стратостата достигает своего максимального значения V_{max} на высоте

$$h_* = \frac{1}{b} \ln \frac{\rho_0 V_{max} g}{F_A} = \frac{1}{b} \ln \left(\frac{M_г}{M_в} \frac{\rho_0 V_{max}}{\rho_г V_{min}} \right).$$

Для японского стратостата с $V_{min} = 300$ м^3 высота h_*, вычисленная по этой формуле, составляет чуть более 40 км (точнее – 40,9 км). Таким образом, первые 40 км стратостат поднимался под действием *постоянной* силы Архимеда, после чего ее величина стала уменьшаться, так как объем стратостата уже не мог увеличиваться, и еще через 13 км сила Архимеда оказалась равной силе тяжести – стратостат остановился.

Определим скорость движения стратостата на участке подъема с постоянной силой Архимеда. Как уже говорилось, сила сопротивления воздуха зависит от произведения $S\rho$, причем при всех изменениях формы и объема площадь поперечного сечения стратостата S связана с его объемом соотношением $S = (3/4) V / r_{max}$. С учетом этого для силы сопротивления получаем

$$F_{сопр} = CS \frac{\rho v^2}{2} = \frac{3C}{8 r_{max}} \frac{pV}{RT} M_в v^2 = \frac{3C}{8 r_{max}} \frac{p_а V_{min}}{R T_а} M_в v^2.$$

Отсюда следует, что множитель при v^2 изменяется с высотой так, как изменяется коэффициент C. Сначала аэростат имеет каплевидную форму, для которой коэффициент аэродинамического сопротивления воздуха $C \approx 0,04$, а в конце приобретает шарообразную форму, для которой $C \approx 0,24$. Еще раз облегчим себе задачу, считая, что в среднем $C \approx 0,14$.

Попробуем сначала пренебречь присоединенной массой. Тогда из равенства $F_A = F_{сопр} + (M + m_г) g$ можно получить следующее выражение для скорости подъема стратостата:

$$v = \sqrt{\frac{8 g r_{max}}{3C} \left(1 - \frac{M + m_г}{m_в} \right)},$$

где $m_в$ – уже упоминавшаяся масса вытесненного стратостатом воздуха на земле. Для нашего «подопытного» стратостата с $r_{max} = 25$ м, $C = 0,14$, $M = 40$ кг, $m_г = 68$ кг, $V_{min} = 400$ м^3, $m_в = 492$ кг последняя формула дает $v = 30,3$ м/с = 1818 м/мин, что в 7 раз больше реальной скорости, которую можно вычислить из данных, приведенных на рисунке 1. Значит, надо считать честно, т.е. учитывая присоединенную массу.

Считаем скорость подъема, учитывая присоединенную массу

Учесть эффект присоединенной массы $M_п$ довольно легко: достаточно в формулу для вычисления v подставить $M + M_п$ вместо M. Но основную трудность представляет подбор формулы для вычисления самой присоединенной массы. Оказалось, что значение скорости подъема стратостата, получаемое с учетом $M_п$, ближе всего соответствует данным рисунка 1, если считать, что присоединенная масса составляет 0,77 массы воздуха, вытесняемого стратостатом. Это значение не вызывает удивления, поскольку для шара оно должно быть 0,5, а для цилиндра, движущегося перпендикулярно своей оси, – 1,0.

Таким образом, на примере стратостата мы показали, что рассчитать движение тел малой плотности в средах большой плотности можно только в том случае, если учесть эффект присоединенной массы. Аналогично следует поступать при обсуждении движения пузырька воздуха, всплывающего в жидкости. А вот летящий в воздухе камень, хотя и вовлекает в движение некоторую массу воздуха перед собой, но плотность воздуха в тысячи раз меньше плотности камня, и поэтому эффект присоединенной массы в этом случае будет совсем незначительным.

А если прыгнуть из стратосферы на Землю?

Именно так сделал американец Дж.Киттенджер 16 августа 1960 года, спрыгнув со стратостата, поднявшегося на высоту 31 км. В течение первых 13 секунд он летел в свободном падении, потом открылся маленький стабилизирующий парашют диаметром 1,8 м, который лишь слегка замедлил свободное падение, но зато предотвратил смертельно опасное закручивание. Так он летел еще 4,5 минуты, опустившись до высоты 5,3 км, на которой уже раскрылся обычный парашют диаметром 8,5 м.

Когда свободное падение парашютиста происходит в высоких слоях атмосферы, где воздух сильно разрежен, его скорость может достигать очень больших значений. В этом полете скорость Киттенджера вплотную приблизилась к скорости звука и составила более 900 км/ч. Поэтому вход парашютиста в более плотные слои воздуха можно было рассматривать как столкновение, со всеми вытекающими отсюда последствиями. Так, Киттенджер, «ударившись» о плотные слои воздуха на высоте 23000 м, почувствовал перегрузки около 1,2g. Этот прыжок до сих пор является неофициальным рекордом по высоте свободного падения. Однако, поскольку прыжок был совершен при помощи стабилизирующего парашюта, он не был зарегистрирован как рекорд.

Можно оценить максимальную скорость падения Киттенджера, если считать, что стабилизирующий парашют на высоте h = 30000 м сделал его полет равномерным, т.е. сила тяжести была полностью скомпенсирована силой сопротивления воздуха на этой высоте. Тогда формула для зависимости его скорости от высоты будет такой:

$$v = \sqrt{\frac{2M_{\text{К}}g}{CS_{\text{К}}\rho_0}e^{bh}},$$

где $M_{\text{К}}$ – масса Киттенджера вместе с парашютами, составлявшая около 200 кг, $S_{\text{К}}$ – площадь поперечного сечения стабилизирующего парашюта диаметром 1,8 м, а C – коэффициент аэродинамического сопротивления парашюта, который можно считать равным единице. Если подставить все эти данные в формулу, то мы получим v = 250 м/с = 900 км/ч, что очень близко к реальным значениям скорости рекордного прыжка.

Таким образом, при полете Киттенджера, как мы и предполагали, присоединенная масса не оказывает существенного влияния, поскольку плотность Киттенджера в десятки тысяч раз больше плотности высотных слоев атмосферы, где он установил свой рекорд.

ИЗ ИСТОРИИ НАУКИ

Шведская линия

А.ВАСИЛЬЕВ

В ряду выдающихся шведских ученых и изобретателей, среди которых Андерс Йонас Ангстрем (1814–1874), Иоганнес Ридберг (1854–1919), Сванте Аррениус (1859–1927), Ханнес Альфвен (1908–1995), блистают также имена Кристофера Польхема (1661–1751) и Андерса Цельсия (1701–1744). Двое последних удостоены чести быть представленными на монетах и банкнотах этого скандинавского государства.

Знаменитого механика и изобретателя *Кристофера Польхема* еще при жизни сравнивали с Архимедом и Леонардо да Винчи. В возрасте шестнадцати лет он поступил в Упсальский университет, где изучал математику и физику, сохраняя при этом глубокий интерес к механике и инженерным наукам. Его первым практическим достижением стал ремонт старинных астрономических часов кафедрального собора в Упсале, созданных Петрусом Астрономусом в 1506 году. Успех этого предприятия произвел сильное впечатление на Коллегию горных предприятий в Швеции, и Польхему было предложено создать устройство для подъема и транспортировки руды, которое впоследствии использовалось на всех шахтах. Спонсируемый этим ведомством, Польхем объездил всю Европу, с тем чтобы привнести в Швецию новейшие технические достижения. В 1697 году в Стокгольме он основал механическую лабораторию, где не только экспонировались новинки технической мысли, но и осуществлялась подготовка инженерных кадров. Эта лаборатория считается предшественником знаменитого Королевского технологического института.

Крупнейшим достижением Польхема стала полностью автоматизированная фабрика, производившая самую разнообразную продукцию и использовавшая лишь водяную энергию. Хотя продукция фабрики, скажем часы или висячие замки, отличалась высоким качеством и низкой ценой, рабочие отнеслись к фабрике без всякого энтузиазма, справедливо полагая, что бездушные машины со временем заменят их умелые руки. В конце концов фабрика сгорела, однако, воодушевленный идеей технического прогресса, король Швеции Карл XII освободил изобретателя от уплаты налогов в королевскую казну.

Независимо от Джироламо Кардано шведский ученый изобрел карданное соединение, которое в его стране называлось узлом Польхема. Важный вклад Польхем внес в развитие системы водных коммуникаций. Он участвовал в строительстве канала, соединившего западное и восточное побережья Швеции, и спроектировал для него ряд гидротехнических сооружений. Перу Польхема принадлежат труды по медицине, экономике, общественным наукам, геологии и астрономии.

Семейной традицией Цельсиев были занятия астрономией, причем не в качестве хобби, а в ранге профессоров Упсальского университета. Именно эти позиции занимали оба дедушки создателя температурной шкалы (Магнус Цельсий и Андерс Спуле), а также его отец (Нильс Цельсий).

Андерс Цельсий был избран профессором астроно-