

## Глава 6

### ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ И ДИКТАНТЫ

- T-601 Вычисление квадратного корня
- T-602 Свойства квадратных корней
- T-603 Удобная запись корня
- T-604 Корень из квадрата
- T-605 Внесение множителя под знак корня
- T-606 Освобождение от иррациональности в знаменателе
- T-607 Квадратичное поле
- T-608 Сравнение корней
- T-609 Расположение корней на числовой оси
- T-610 Целая часть числа
- T-611 Формулы сокращенного умножения

#### T-601 Вычисление квадратного корня

Вычислите  $\sqrt{a}$ , проверив, то  $a$  является квадратом рационального числа (выражения).

Пример:  $\sqrt{\frac{1089}{250}} = \sqrt{\left(\frac{33}{16}\right)^2} = \frac{33}{16}$ .

1	$\sqrt{361} =$
2	$\sqrt{324} =$
3	$\sqrt{\frac{25}{529}} =$
4	$\sqrt{\frac{64}{289}} =$
5	$\sqrt{5625} =$
6	$\sqrt{4225} =$
7	$\sqrt{12,25} =$
8	$\sqrt{20,25} =$
9	$\sqrt{0,0196} =$
10	$\sqrt{0,0169} =$
11	$\sqrt{7\frac{9}{16}} =$

12	$\sqrt{7\frac{21}{25}} =$
13	$\sqrt{44\frac{4}{9}} =$
14	$\sqrt{18\frac{18}{49}} =$
15	$\sqrt{5^4 \cdot 0,04} =$
16	$\sqrt{2^6 \cdot 0,01} =$
17	$\sqrt{81x^8} =$
18	$\sqrt{36y^4} =$
19	$\sqrt{9x^4 + 30x^2 + 25} =$
20	$\sqrt{16y^4 + 24y^2 + 9} =$

**Т-602**                                      **Свойства квадратных корней**

Используя свойства квадратных корней, вычислите.

1	$\sqrt{0,25 \cdot 144} =$
2	$\sqrt{225 \cdot 0,16} =$
3	$\sqrt{0,9 \cdot 6,4 \cdot 0,81} =$
4	$\sqrt{90 \cdot 3,6 \cdot 0,09} =$
5	$\sqrt{12} \cdot \sqrt{48} =$
6	$\sqrt{52} \cdot \sqrt{13} =$
7	$\sqrt{\frac{16}{225}} =$
8	$\sqrt{\frac{9}{169}} =$
9	$\frac{\sqrt{338}}{\sqrt{18}} =$
10	$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{392}} =$

11	$\frac{\sqrt{14,4}}{\sqrt{810}} =$
12	$\frac{\sqrt{4000}}{\sqrt{0,049}} =$
13	$\sqrt{8 \cdot 54 \cdot 260 \cdot 780} =$
14	$\sqrt{51 \cdot 340 \cdot 270 \cdot 72} =$
15	$\sqrt{15876} =$
16	$\sqrt{17424} =$
17	$\sqrt{2^7 \cdot 8^3} =$
18	$\sqrt{27^3 \cdot 3^5} =$
19	$\sqrt{7^{12}} =$
20	$\sqrt{\sqrt{3^{24}}} =$

### Т-603

### Удобная запись корня

Для работы с корнями удобно представлять  $\sqrt{a}$  ( $a$  – рациональное число) в виде  $b\sqrt{c}$ , где  $b$  – рациональное число,  $c$  – **натуральное число**, свободное от квадратов (т. е. не делящееся ни на какой квадрат).

Пример:  $\sqrt{162} = \sqrt{81 \cdot 2} = 9\sqrt{2}$ .

1	$\sqrt{7200} =$
2	$\sqrt{4800} =$
3	$\sqrt{0,256} =$
4	$\sqrt{0,289} =$
5	$\sqrt{22,05} =$
6	$\sqrt{96,8} =$
7	$\sqrt{\frac{125}{24}} =$
8	$\sqrt{\frac{27}{8}} =$

9	$10 \cdot \sqrt{0,32} =$
10	$3 \cdot \sqrt{0,02} =$
11	$\sqrt{0,5} =$
12	$\sqrt{0,2} =$

**Т-604**

**Корень из квадрата**

$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & \text{при } x > 0 \\ 0 & \text{при } x = 0 \\ -x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

Упростите выражение.

Пример:  $\sqrt{(\pi^2 - 10)^2} = |\pi^2 - 10| = 10 - \pi^2 \approx 0,14^*$ , так как  $\pi^2 < 10$

1	$\sqrt{(3,25 - 4,71)^2} =$
2	$\sqrt{(6,89 - 8,11)^2} =$
3	$\sqrt{(\pi - 3,14)^2} =$
4	$\sqrt{(\pi - 3,15)^2} =$
5	$\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{7})^2} =$
6	$\sqrt{(\sqrt{8} - \sqrt{10})^2} =$
7	$\sqrt{(3 - \sqrt{8})^2} =$
8	$\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} =$

Пример:  $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{4 - 4\sqrt{5} + 5} = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2$ , так как  $2 < \sqrt{5}$

9	$\sqrt{10 - 2\sqrt{21}} =$
10	$\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} =$
11	$\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} =$
12	$\sqrt{10 - 4\sqrt{6}} =$

---

\*  $\pi^2 \approx 9,86 < 10$

Пример:  $\sqrt{4-4x+x^2} = \sqrt{(2-x)^2} = |x-2|$

13	$\sqrt{1+6x+9x^2} =$
14	$\sqrt{16x^2+40x+25} =$
15	$\sqrt{4(4-x)^2} =$
16	$\sqrt{16 \cdot (x-3)^2} =$
17	$\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{(2x-1)^2} =$
18	$\sqrt{(x-2)^2(x+2)^2} =$
19	$\sqrt{\frac{1}{9}x^4 - 2x^2 + 9} =$
20	$\sqrt{\frac{x^4}{4} + 4x^2 + 16} =$
21	$\sqrt{(1-x)^4} - \sqrt{x^4} + \sqrt{4x^2} =$
22	$\sqrt{(x+4)^4} - \sqrt{(x^2+4)^2} - 8\sqrt{x^2} =$

### Т-605 Внесение множителя под знак корня

Представьте выражение в виде  $\sqrt{a}$  или  $-\sqrt{a}$ .

1	$10\sqrt{0,1} =$
2	$6 \cdot \sqrt{\frac{5}{12}} =$
3	$-0,2\sqrt{1050} =$
4	$-0,4\sqrt{750} =$
5	$\frac{-18}{\sqrt{108}} =$
6	$\frac{-50}{\sqrt{125}} =$
7	$\frac{a^2}{b} \cdot \sqrt{\frac{b^3}{a^3}}, (b > 0)$
8	$\frac{c}{d^2} \sqrt{\frac{d^5}{c}}, (c > 0)$

9	$(\sqrt{11}-4) \cdot \sqrt{\frac{4+\sqrt{11}}{4-\sqrt{11}}} =$
10	$(\sqrt{5}-3) \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{5}+3}{3-\sqrt{5}}} =$

**Т-606**

**Освобождение от иррациональности в знаменателе**

Преобразуйте выражение, освободившись от иррациональности в знаменателе.

Пример:  $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \cdot 1 + 1^2}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{3+2\sqrt{3}+1}{3-1} = 2 + \sqrt{3}.$

1	$\frac{18}{\sqrt{6}} =$
2	$\frac{12}{\sqrt{3}} =$
3	$\frac{6}{\sqrt{7}-2} =$
4	$\frac{12}{\sqrt{7}+3} =$
5	$\frac{1}{\sqrt{a}-1} =$
6	$\frac{1}{\sqrt{b}+1} =$
7	$\frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}} =$
8	$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} =$
9	$\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}} =$
10	$\frac{\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}+1} =$
11	$\frac{1}{3\sqrt{2}+3} - \frac{1}{3\sqrt{2}-3} =$

12	$\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} =$
----	--

**Т-607**

**Квадратичное поле**

Рассмотрим множество  $K$  чисел вида  $a + b\sqrt{2}$ , где  $a$  и  $b$  – рациональные числа.

1) Приведите выражение к виду  $a + b\sqrt{2}$ . В таблицу внесите только результаты.

1	$(3 + 2\sqrt{2}) + (-2 - 7\sqrt{2}) - (1 - 3\sqrt{2})$	
2	$(5 - 2\sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2})$	
3	$\frac{7+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$	
4	$\frac{(5-\sqrt{2})^2}{-2+3\sqrt{2}} - \frac{(5+\sqrt{2})^2}{2+3\sqrt{2}}$	

2) Для числа  $z = a + b\sqrt{2} \in K$  вводится понятие сопряженного числа:  $\bar{z} = a - b\sqrt{2}$ .

Проверьте вычислением, что следующие выражения являются рациональными числами.

5	$z + \bar{z} =$
6	$z \cdot \bar{z} =$
7	$\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z} =$
8	$\sqrt{2}(z - \bar{z}) =$

3) Проверьте вычислением следующие свойства сопряжения.

9	$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$
10	$\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
11	$\overline{\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 \end{pmatrix}$

4) Пусть  $z = 1 + \sqrt{2}$ . Это число обладает замечательным свойством:  $z \bar{z} = -1$ .

12. Вычислите  $z^2, z^3, z^{-1}, z^{-2}$ .

13. Пусть  $t = z^k$ , где  $k$  – любое целое число. Докажите, что  $t \cdot \bar{t} = (-1)^k$ .

5) Решение в целых числах уравнения  $x^2 - 2y^2 = -1$ .

14. Найдите хотя бы одно целочисленное решение  $(x_0; y_0)$  этого уравнения:  $x_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  
 $y_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. Составьте число  $t = x_0 + y_0 \sqrt{2}$ . Пусть  $t_k = t^{2k-1} = x_k + y_k \sqrt{2}$ . Докажите, что  $(x_k; y_k)$  также является целочисленным решением уравнения  $x^2 - 2y^2 = -1$ .

16. Вычислите еще три решения уравнения  $x^2 - 2y^2 = -1$ .

--	--	--



**T-608**

**Сравнение корней**

Сравните, поставив знак  $>$  или  $<$  между заданными числовыми величинами.

	$A$	$>$ $<$	$B$		$A$	$>$ $<$	$B$
1	$\sqrt{10}$		3	6	$\sqrt{5} + \sqrt{7}$		$2\sqrt{6}$
2	$\sqrt{11}$		3,3	7	$\frac{2 - \sqrt{15}}{3}$		1
3	$\sqrt{10} \cdot \sqrt{15}$		12	8	$\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$		$\frac{3}{2}$
4	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{34}$		13	9	$\sqrt{3} + \sqrt{10}$		$\sqrt{2} + \sqrt{11}$
5	$\sqrt{3} - \sqrt{2}$		1	10	$\sqrt{11} - \sqrt{10}$		$\sqrt{13} - \sqrt{12}$

**T-609**

**Расположение корней на числовой оси**

Расположите числа в порядке возрастания.

1)  $1; 2; 1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{3}; \frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \sqrt{3} - \sqrt{2}; 1 - \sqrt{8}; 2 - 3\sqrt{2}.$

2)  $-1; \sqrt{7}; -\frac{\sqrt{11}}{2}; 2\sqrt{3}; 2 - \sqrt{15}; \sqrt{10}; 1 + \sqrt{6}; 1 - \sqrt{6}.$

3)  $\frac{3}{2}; 1 + \sqrt{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}; \sqrt{6} - \sqrt{7}; \frac{2}{\sqrt{3}}; -\sqrt{\pi}; \sqrt{\frac{5}{6}}.$

4)  $-2,5; \sqrt{1,5}; -\sqrt{2,5}; \frac{1 - \sqrt{10}}{2}; \sqrt{3} + \sqrt{5}; -\sqrt{1,25}; \sqrt{0,8}; 1 - \sqrt{3,61}.$

1								
2								
3								
4								

**T-610****Целая часть числа**

Целая часть числа  $x$  (обозначается  $[x]$ ) – это такое целое число, что  $[x] \leq x$  и  $x - [x] < 1$ , то есть это наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ .

Найдите целую часть числа  $x$ .

№	$x$	$[x]$	№	$x$	$[x]$
1	$\sqrt{82}$		6	$\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$	
2	$\sqrt{200}$		7	$\sqrt{10} - \sqrt{101}$	
3	$\sqrt{1000}$		8	$\frac{\sqrt{500}}{4}$	
4	$-\frac{\sqrt{10}}{2}$		9	$-11\sqrt{2}$	
5	$2 - \sqrt{30}$		10	$\frac{1}{\sqrt{0,16}}$	

**T-611****Формулы сокращенного умножения**

Упростите выражение, используя формулы сокращенного умножения.

1	$\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
2	$(a\sqrt{a} + b\sqrt{b})(a\sqrt{a} - b\sqrt{b}) =$
3	$(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) =$
4	$\frac{a^2 - 2}{a - \sqrt{2}} =$
5	$\left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{a-b}{a} =$
6	$\left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} - 2 \right) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} =$

7	$\left( \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{a+b} =$
8	$\frac{4-a^2}{2+a+\sqrt{8a}} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{2}}{\sqrt{a}-\sqrt{2}} =$
9	$\frac{a-\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} + \frac{a^2-a\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} - \frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} + \frac{4a\sqrt{b}}{a^2-b} =$
10	$\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} =$
11	$\frac{a^3-2\sqrt{2}}{a-\sqrt{2}} =$

## ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

- ЛР-601 Расстояние от точки до прямой
- ЛР-602 Корневая длина числа
- ЛР-603 Корни квадратного трехчлена
- ЛР-604 Приближенное вычисление корней

### ЛР-601 Расстояние от точки до прямой

Расстояние до осей координат.

1) Вычислите расстояние от точки  $P(x; y)$  до оси  $Ox$ .

Решение. Расстояние от точки  $P(x; y)$  до оси  $Ox$  можно вычислить как расстояние между точкой  $P$  и ее проекцией  $P'$  на ось  $Ox$ . Точка  $P'$  имеет координаты  $P'(x; 0)$ .

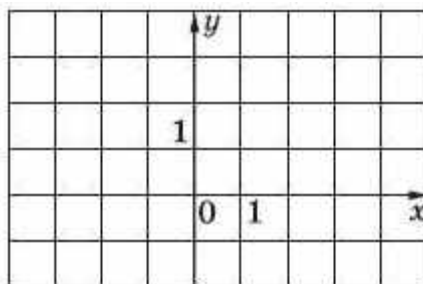
Находим  $|PP'|$ :

$$|PP'| = \sqrt{(x-x)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{y^2} = |y|.$$

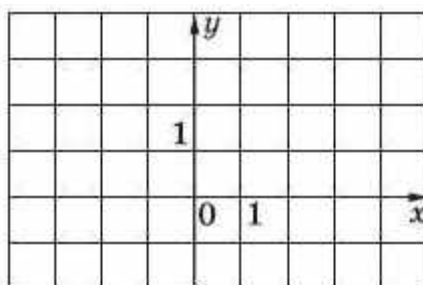
2) Вычислите расстояние от точки  $P(x; y)$  до оси  $Oy$ .

$$|PP''| =$$

3) Изобразите на плоскости множество точек  $P$ , расстояние которых  $d_x$  до оси  $Ox$  удовлетворяет неравенству  $2 \leq d_x \leq 3$ .

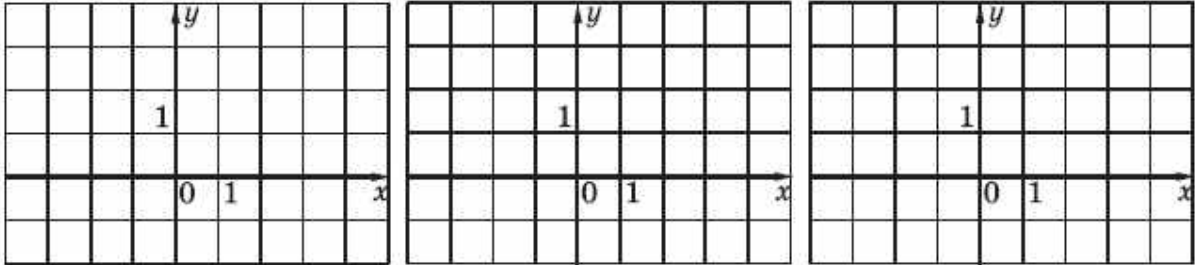


4) Изобразите на плоскости множество точек  $P$ , расстояния  $d_x$  и  $d_y$ , которых до осей  $Ox$  и  $Oy$  удовлетворяют неравенствам  $1 \leq d_x \leq 3$ ,  $0,5 \leq d_y \leq 2,5$ .



5) Изобразите на плоскости множество точек  $P$ , координаты которых удовлетворяют следующим неравенствам.

а)  $|x - y| \leq \sqrt{2}$ ,      б)  $|x + y| \geq 2$ ,      в)  $\begin{cases} |x - y| \leq 2 \\ |x + y| \leq 4 \end{cases}$



**ЛР-602      Корневая длина числа**

Автомат  $A$  при помещении в него положительного числа  $x$  извлекает из него квадратный корень и берет целую часть получившегося числа:  $Ax = [\sqrt{x}]$ .

Например,  $A2 = [\sqrt{2}] = 1$ ,  $A10 = [\sqrt{10}] = 3$ .

1) Вычислите  $Ax$  при следующих значениях  $x$ .

$x$	10	100	1000	256	$2^{20}$	$2 \cdot 10^4$	$2^{2k}$
$Ax$							

2) Будем применять автомат  $A$  несколько раз подряд. Вычислите.

$(A \circ A) 100 =$	$(A \circ A \circ A) 1024 =$
$(A \circ A) 256 =$	$(A \circ A \circ A) 3^8 =$

3) Легко заметить, что, применяя к числу  $x > 1$  автомат  $A$  несколько раз, мы получим 1. Далее применять автомат нет смысла, так как  $A1 = 1$ . Назовем корневой длиной числа  $x$  наименьшее число применений автомата  $A$ , которое позволяет получить из числа  $x$  число 1. Обозначим корневую длину числа  $x$  через  $q(x)$ .

Вычислите  $q(x)$  для следующих значений  $x$ .

$x$	10	16	250	$2^{12}$	$2^{64}$	$2^{64} - 1$	$2^{2^n}$	$2^{2^n} - 1$
$q(x)$	2							

4) Укажите промежутки, содержащие числа  $x$ , для которых  $q(x)$  равно данному числу.

$q(x)$	1	2	3	4
$x$	(1; 4)			

5) Чему равно  $q(x)$  для  $x \in [2^{2^n}; 2^{2^{n+1}})$ ?

$q(x) =$
----------

Итак, мы выяснили, что для нахождения числа  $q(x)$  нужно поместить  $x$  между двумя последовательными числами вида  $2^{2^n}$ .

Если  $2^{2^n} \leq x < 2^{2^{n+1}}$ , то  $q(x) =$

Возьмите калькулятор и вычислите  $q(x)$  для самых больших чисел, запись которых помещается на дисплее.

6) Найдите  $q(x)$  для  $x = 10^k$  при  $k \leq 10$ .

$x$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$	$10^9$	$10^{10}$
$q(x)$							

Рассмотрим, что делает автомат  $A$  с числами  $0 < x < 1$ .

7) Докажите, что при  $0 < x < 1$  выполняется неравенство  $\sqrt{x} > x$ .

Выберем точность вычислений  $10^{-4}$  и будем считать дробь, у которой первые четыре знака после запятой девятки, равной 1. Распространим на числа  $x$  определение  $q(x)$  как наименьшего числа применения автомата  $A$  для получения единицы.

8) Вычислите  $q(x)$  для следующих значений  $x$ .

$x$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,1
$q(x)$						

### ЛР-603      Корни квадратного трехчлена

1) Зная, что  $a + b = 5$ ,  $ab = 7$ , вычислите

$a^2 + b^2 =$
---------------

2) Пусть  $a = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ ,  $b = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ .

Вычислите:

$$a + b =$$

$$ab =$$

$$a^2 + b^2 =$$

3) Докажите, что  $a$  и  $b$  являются корнями трехчлена  $x^2 + px + q$ .

4) Найдите по доказанным формулам корни трехчленов.

а)  $x^2 + x - 1$        $x_1 =$        $x_2 =$

б)  $x^2 + 6x - 19$        $x_1 =$        $x_2 =$

в)  $2x^2 + 4x - 9$        $x_1 =$        $x_2 =$

#### ЛР-604      Приближенное вычисление корней

Вспользуемся следующим способом приближенного вычисления числа  $\sqrt{a}$ : взять в качестве  $x_1$  приближенное значение  $\sqrt{a}$  с избытком и затем вычислять две последовательности значений  $x_n$  и  $y_n$  по формулам:  $y_n = \frac{a}{x_n}$ ,  $x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}$  ( $n \geq 1$ ). Эти последовательности дадут возможность вычислить  $\sqrt{a}$  с любой степенью точности.

Вычислите с пятью знаками после запятой.

1)  $\sqrt{5}$ ; 2)  $\sqrt{6}$ ; 3)  $\sqrt{7}$ ; 4)  $\sqrt{11}$ ; 5)  $\sqrt{30}$ ; 6)  $\sqrt{95}$ .

Разумеется, не надо использовать при вычислениях кнопку  $\sqrt{\quad}$  калькулятора и лишь в конце проверить результат с ее помощью.

Например, вычислим приближенное значение  $\sqrt{3}$ . В качестве первого приближения к числу  $x$  с избытком возьмем число  $x_1 = 2$ . Разделим на него число, стоящее под корнем, т. е. вычислим  $y_1 = \frac{3}{2} = 1,5$ . Заметим, что  $y_1$  приближает  $x$  с недостатком. Составим

среднее арифметическое чисел  $x_2 = \frac{x_1 + y_1}{2}$ , где  $y_1 = \frac{3}{x_1}$ . Продолжаем процесс дальше.

Вычисляем  $x_2 = \frac{2 + 1,5}{2} = 1,75$ ,  $y_2 = \frac{3}{x_2} = 1, \dots$ , строим  $x_3 = \frac{x_2 + y_2}{2} = 1,7\dots$

Выпишем несколько членов построенной последовательности

$n$	1	2	3	4	5	6
$x_n$	2	1,75	1,73214	1,732049	1,7320506	1,7320508
$y_n$	1,5	1,7143	1,73196	1,732052	1,7320509	1,7320508

Мы видим, как сближаются между собой последовательности  $x_1, x_2, \dots$  и  $y_1, y_2, \dots$ .

Число  $\sqrt{3}$  лежит между членами этих последовательностей.



## КОНТРОЛЬНЫЕ ТЕСТЫ

КТ-601 Классификация чисел

КТ-602 Преобразования буквенных выражений, содержащих знак  $\sqrt{\quad}$

КТ-603 Сравнение иррациональных и рациональных чисел

### КТ-601 Классификация чисел

Определите, является ли данное число рациональным или иррациональным. Если число является рациональным, поставьте  $\oplus$  в колонку с заголовком «Рациональное число» и  $\ominus$  в колонку «Иррациональное число» и наоборот.

№ п/п	Число	Рациональное число	Иррациональное число
1	$\sqrt{125}$		
2	$\sqrt{225}$		
3	$\sqrt{1024}$		
4	$\sqrt{961}$		
5	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$		
6	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$		
7	$\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}}$		
8	$\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$		
9	$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$		
10	$(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)$		
11	$(1 + \sqrt{2})^2 + (1 - \sqrt{2})^2$		
12	$(\sqrt{5} + 2)^2 - (\sqrt{5} - 2)^2$		
13	$(\sqrt{8} - \sqrt{2})^2$		
14	$(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$		

15	$\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} - 4\sqrt{3}$		
16	$\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} + 2\sqrt{2}$		

**КТ-602      Преобразования буквенных выражений, содержащих знак  $\sqrt{\quad}$**

Даны равенства. В колонке «Ответ» поставьте знак  $\oplus$ , если равенство верно при указанных значениях букв; в противном случае поставьте знак  $\ominus$ .

№ п/п	Равенство	Значения букв	Ответ
1	$\sqrt{(x-1)^2} = x-1$	$x \geq 1,5$	
2	$\sqrt{(1-x)^2} = 1-x$	$x \leq -0,5$	
3	$\sqrt{(x+1)^2} =  -x-1 $	$x$ – любое действительное число	
4	$\sqrt{(-x-1)^2} = - x+1 $	$x$ – любое действительное число	
5	$2a\sqrt{\frac{1}{2a}} = \sqrt{2a}$	$a$ – любое действительное число, кроме нуля	
6	$\frac{\sqrt{6b^4}}{2b} = -\sqrt{1,5b^2}$	$b < 0$	
7	$a \cdot \sqrt{-2a^3} = a^2 \sqrt{-2a}$	$a < -2$	
8	$-b\sqrt{2b^3} = (-b)^2 \sqrt{2b}$	$b > 1$	
9	$(\sqrt{2}-a)\sqrt{2+a^2+2a\sqrt{2}} = a^2-2$	$0 < a < 1,4$	
10	$(b+\sqrt{3})\sqrt{b^2-2\sqrt{3}b+3} = b^2-3$	$b < -1,8$	

**КТ-603 Сравнение иррациональных и рациональных чисел**

Отметьте, какое расположение чисел является верным.

№ п/п	Числа $a; b; c$	$a < b < c$	$a < c < b$	$b < a < c$	$b < c < a$	$c < a < b$	$c < b < a$
1	$a = 0$ $b = 1$ $c = \sqrt{2} - \sqrt{3}$						
2	$a = 1$ $b = 3 - \sqrt{5}$ $c = 0$						
3	$a = \sqrt{73}$ $b = 9$ $c = 1 + \sqrt{65}$						
4	$a = 8$ $b = \sqrt{58}$ $c = 2 + \sqrt{30}$						
5	$a = \sqrt{7} + \sqrt{8}$ $b = \sqrt{10} + \sqrt{5}$ $c = \sqrt{30}$						
6	$a = \sqrt{10} + \sqrt{7}$ $b = \sqrt{34}$ $c = \sqrt{6} + \sqrt{11}$						