§48. Законы Ньютона

Воспользуйтесь разными источниками информации и запишите определения материальной точки, системы отсчета, радиус-вектора, перемещения, скорости, ускорения, массы, силы.

В кинематике разные системы отсчета равноправны, чего не скажешь о динамике. В динамике выделяется особая система отсчета – инерциальная (ИСО).

ИСО – такая СО, в которой выполняется закон инерции **Галилея**: изолированное тело движется равномерно и прямолинейно (в частном случае, покоится).

Первый закон **Ньютона**: существует хотя бы одна ИСО. Следует отметить, что ИСО – это модель, поэтому постулат существования задает принципиальную возможность строить динамику **Ньютона**.

Для многих «земных» задач Землю принимают за ИСО, хотя мы понимаем, что она вовсе не покоится в мировом пространстве,

участвует в довольно сложном движении (обращается вокруг Солнца, вращается вокруг собственной оси). СО, связанную с Землей, называют геоцентрической.

Для решения «космических» задач часто бывает достаточно гелиоцентрической СО, которая связана с Солнцем. Понятно, что и она не является абсолютно инерциальной, – ведь Солнце также перемещается во Вселенной.

Можно показать, что любая СО, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно ИСО, также является инерциальной.

Второй закон **Ньютона** формулируется для ИСО:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}}$$

Этот закон формулируют по-разному, например, так: ускорение, приобретаемое материальной точкой, прямо пропорционально действующей на нее силе и обратно пропорционально ее массе. В СИ коэффициент пропорциональности принимается равным 1 (сила измеряется в ньютонах, масса – в килограммах, ускорение – в м/с^2).

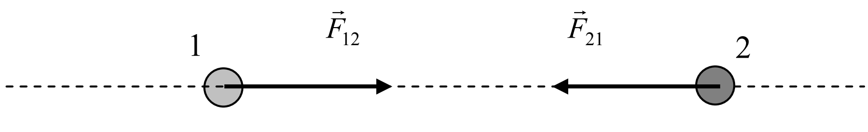
Часто на материальную точку действует не одна, а несколько сил. В этом случае ускорение пропорционально равнодействующей (векторной сумме всех сил):

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m}}$$

Правильно сложения сил как векторов (правило параллелограмма или многоугольника) основано на принципе независимости действия сил: каждая сила действует так, как будто другие силы не действуют. Иными словами, равнодействующую силу можно посчитать как векторную сумму сил только в том случае, если действие одной силы не меняет действие других сил.

Третий закон **Ньютона** также справедлив только в ИСО и он обозначает тот факт, что силы «появляются парами», носят характер взаимодействия. Если тело *1* действует на тело *2* с некоторой силой, то и тело *2* действует на тело *1 (*см. рис.*)*:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Про силы взаимодействия, равные по третьему закону Ньютона, полезно помнить, что они:

- одной природы;
- действуют на разные тела;
- не уравновешивают друг друга.

Рассмотрим порядок решения задач силовым способом – с применением законов **Ньютона**.

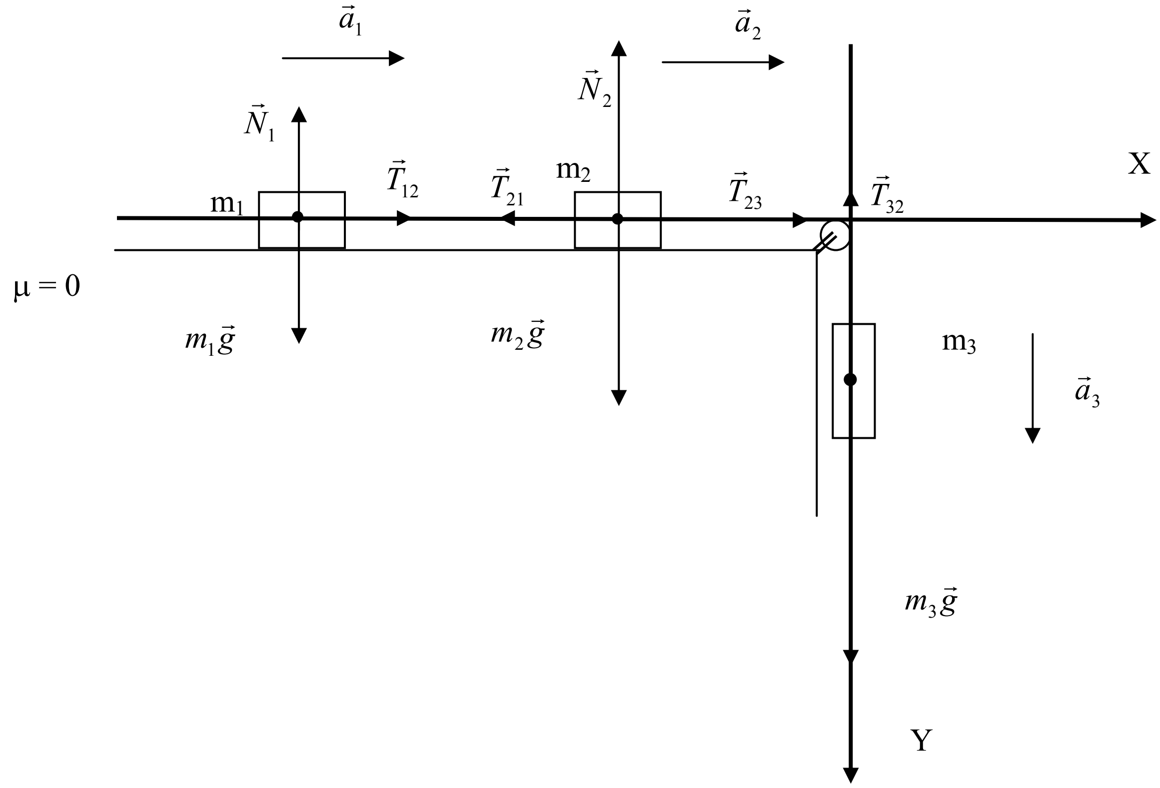
Алгоритм решения задач

1. Выбрать инерциальную систему отсчета. Сделать чертеж, указать все силы, действующие на тела – по числу взаимодействующих тел. К взаимодействующим телам надо отнести те, с которыми есть «непосредственный» контакт и силы, «действующие на расстоянии» (гравитационные, кулоновские, магнитные). Следует учесть также, что в задачах принято полную реакцию опоры представлять в виде суммы двух сил: силы нормальной реакции опоры и силы трения.
2. Показать направление ускорения каждого тела. Для каждого тела ввести оси координат (одну – по ускорению, другую – перпендикулярно).
3. Записать второй закон **Ньютона** в векторной форме для каждого тела: $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$.
4. Спроецировать векторные уравнения на оси координат.
5. Сравнить число уравнений и число неизвестных, дописать недостающие уравнения.
6. Решить систему уравнений, проверить размерность, подставить числовые значения.
7. Проанализировать ответ в общем виде, оценить правдоподобность числового ответа.

Для записи недостающих уравнений полезно помнить:

- тела, связанные нерастяжимой нитью, движутся с одинаковыми ускорениями;
- если нить невесома, то во всех ее сечениях сила натяжения одинаковая;
- если блок невесомый и нет трения в оси блока, по обе стороны блока на перекинутую через него нить действуют одинаковые силы натяжения;
- закон всемирного тяготения $F_{\text{гр}} = G\dfrac{m \cdot m_{\text{пр}}}{r^2}$; закон Кулона $F_{\text{эл}} = k\dfrac{q \cdot q_{\text{пр}}}{r^2}$;
- силы в однородном поле: $F_{\text{тяж}} = mg$; $F_{\text{эл}} = qE$;
- сила **Ампера** $F_{\text{А}} = IB\Delta l\sin\alpha$; сила **Лоренца** $F_{\text{Л}} = q\upsilon B\sin\alpha$;
- закон **Гука** $F_{\text{упр}} = k\Delta\ell$;
- сила трения скольжения $F_{\text{тр.ск.}} = \mu N$ (сила трения покоя $F_{\text{тр.пок.}} \le \mu N$);
- вес тела по третьему закону **Ньютона** равен по модулю нормальной реакции опоры: $P = N$;
- сила Архимеда $F_{\text{выт}} = \rho_{\text{ж}} V_{\text{погр.ч.}}\, g$;
- при движении точки по окружности $a_{\text{цс}} = \dfrac{\upsilon^2}{R}$.

Применим алгоритм к решению задачи.



Пример. Массы тел известны ($m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 3$ кг), трением брусков о плоскость можно пренебречь, нить и блок невесомы, нет трения в оси блока, нить нерастяжима. Найти ускорение каждого бруска.

1. ИСО – стол (Земля). Количество сил определяем по числу взаимодействующих тел. Первое тело взаимодействует с Землей, плоскостью и нитью. Второе тело взаимодействует с Землей, плоскостью, двумя нитями. Третье тело взаимодействует с Землей и нитью. Если бы мы учитывали трение, на первое и второе тело действовало бы на одну силу больше.

?! *Почему при появлении трения нарушается правило «число сил равно числу взаимодействующих тел» (со стороны плоскости начинает действовать две силы – сила нормальной реакции опоры и сила трения)?*

2. На рисунке показаны ускорения тел, а также оси координат. Здесь введены одни и те же оси для всех тел, но можно выбирать оси и для каждого тела отдельно.

3. Второй закон **Ньютона** в векторной форме для каждого тела:

$$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_{12} = m_1\vec{a}_1$$

$$m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_{21} + \vec{T}_{23} = m_2\vec{a}_2$$

$$m_3\vec{g} + \vec{T}_{32} = m_3\vec{a}_3$$

4. Запишем второй закон Ньютона в проекции на оси координат:
   - для первого тела по оси X: $T_{12} = m_1a_1$ (1);
   - для первого тела по оси Y: $m_1g - N_1 = 0$ (2);
   - для второго тела по оси X: $T_{23} - T_{21} = m_2a_2$ (3);
   - для второго тела по оси Y: $m_2g - N_2 = 0$ (4);
   - для третьего тела по оси Y: $m_3g - T_{32} = m_3a_3$ (5).

5. Мы имеем пять уравнений, в которых известны только: m_1, m_2, m_3, g. Таким образом, неизвестных – 9. Не хватает четырех уравнений. Следует отметить, что два уравнения – (2) и (4) – здесь лишние (из них можно найти нормальные реакции опоры, но они в задаче не требуются; эти уравнения могли бы потребоваться, если бы мы учитывали трение, т.к. $F_{\text{тр.ск.}} = \mu N$). Скорректируем наши подсчеты: мы имеем три уравнения и семь неизвестных.

Запишем дополнительные уравнения и введем удобные обозначения:

- так как нить нерастяжима: $a_1 = a_2 = a_3 \equiv$ a;
- так как нить невесома: $T_{12} = T_{21} \equiv T_1$;
- так как нить и блок невесомы, нет трения в оси блока: $T_{32} = T_{23} \equiv T_2$.

6. Составим окончательную систему уравнений:

$$\begin{cases} T_1 = m_1 a \\ T_2 - T_1 = m_2 a \\ m_3 g - T_2 = m_3 a \end{cases}$$

Теперь у нас три уравнения с тремя неизвестными.

Самый простой способ решения этой системы – сложить все три уравнения, тогда силы натяжения нитей уничтожатся:

$$m_3 g = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

Отсюда:

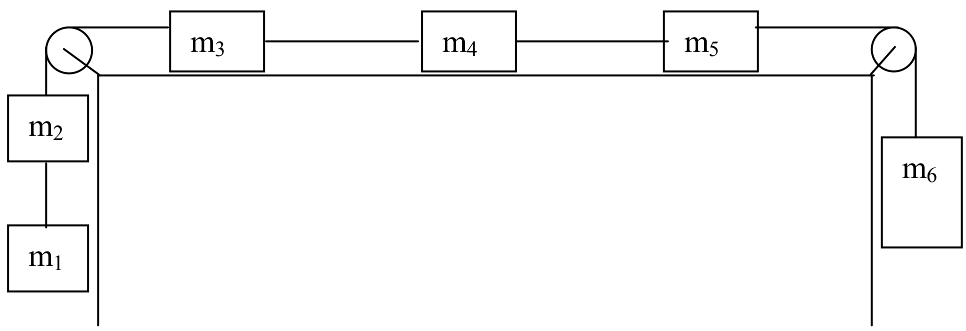
$$a = \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} g.$$

Такая запись ответа в общем виде позволяет устно убедиться в правильной размерности a. Подставляя числовые значения, получим: a ≈ 30/6 = 5 (м/с^2)

7. Проанализируем ответ. В данном случае, как это нередко бывает, простота ответа подсказывает более простой способ решения и проверки.

Глядя на наш ответ, можно дать ему следующую интерпретацию: система трех тел общей массой $m = m_1 + m_2 + m_3$ движется под действием внешней силы $F = m_3 g$.

?! Задание. *Попробуйте, пользуясь предложенной интерпретацией ответа предыдущей задачи, сконструировать ответ, не решая новую задачу (см. рис.). Трением, массой нитей, блоков, растяжимостью нитей пренебречь.*



?! *Проверьте свой ответ: 1) если $m_1 + m_2 = m_6$, ускорение должно быть равно нулю; 2) если все массы равны, ускорение будет примерно равно 1,6 м/с^2.*